

IDENTIDADES PARA LA SUMA Y PRODUCTO DE SENOS Y/O COSENOS

CASO I : Para la suma o diferencia de dos Senos o Cosenos a producto.

$\text{Sen}A + \text{Sen}B = 2\text{Sen}\left(\frac{A+B}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{A-B}{2}\right)$
$\text{Sen}A - \text{Sen}B = 2\text{Sen}\left(\frac{A-B}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{A+B}{2}\right)$
$\text{Cos}A + \text{Cos}B = 2\text{Cos}\left(\frac{A+B}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{A-B}{2}\right)$
$\text{Cos}B - \text{Cos}A = 2\text{Sen}\left(\frac{A+B}{2}\right)\text{Sen}\left(\frac{A-B}{2}\right)$

Demostración :

Conocemos :

$$\begin{cases} \text{Sen}(x+y) = \text{Sen}x\text{Cos}y + \text{Cos}x\text{Sen}y & \dots\dots\dots (1) \\ \text{Sen}(x-y) = \text{Sen}x\text{Cos}y - \text{Cos}x\text{Sen}y & \dots\dots\dots (2) \\ \text{Cos}(x+y) = \text{Cos}x\text{Cos}y - \text{Sen}x\text{Sen}y & \dots\dots\dots (3) \\ \text{Cos}(x-y) = \text{Cos}x\text{Cos}y + \text{Sen}x\text{Sen}y & \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

Si sumamos (1) + (2) obtenemos :

$$\text{Sen}(x+y) + \text{Sen}(x-y) = 2\text{Sen}x \text{Cos}y \dots\dots\dots (*)$$

Hacemos un cambio de variable :

$$\text{Sea: } \begin{cases} x+y = A \\ x-y = B \end{cases} \text{ obtenemos : } x = \frac{A+B}{2} \quad \wedge \quad y = \frac{A-B}{2}$$

Luego en (*) :

$$\text{Sen}A + \text{Sen}B = 2\text{Sen}\left(\frac{A+B}{2}\right)\text{Cos}\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

Las restantes identidades pueden verificarse en forma análoga.

CASO II

Para el producto de dos términos, Senos y/o Cosenos a suma o diferencia.

Siendo : $x > y$

$2 \text{ Sen}x \text{ Cos}y = \text{Sen}(x+y) + \text{Sen}(x-y)$
$2 \text{ Sen}y \text{ Cos}x = \text{Sen}(x+y) - \text{Sen}(x-y)$
$2 \text{ Cos}x \text{ Cos}y = \text{Cos}(x+y) + \text{Cos}(x-y)$
$2 \text{ Sen}x \text{ Sen}y = \text{Cos}(x-y) - \text{Cos}(x+y)$

SERIES TRIGONOMÉTRICAS :

Para la suma de Senos o Cosenos cuyos ángulos están en progresión aritmética.

$$\sum_{K=1}^n \text{Sen}(\alpha + (K-1)r) = \frac{\text{Sen}\left(\frac{nr}{2}\right)}{\text{Sen}\left(\frac{r}{2}\right)} \cdot \text{Sen}\left(\frac{P+U}{2}\right)$$

Donde :

n : # de términos

r : razón de la P.A.

P : primer ángulo

U : último ángulo

$$\sum_{K=1}^n \text{Cos}(\alpha + (K-1)r) = \frac{\text{Sen}\left(\frac{nr}{2}\right)}{\text{Sen}\left(\frac{r}{2}\right)} \cdot \text{Cos}\left(\frac{P+U}{2}\right)$$

Propiedad $\forall n \in \mathbb{Z}^+$

$$\begin{aligned} \text{Cos} \frac{\pi}{2n+1} + \text{Cos} \frac{3\pi}{2n+1} + \text{Cos} \frac{5\pi}{2n+1} + \dots + \text{Cos} \frac{(2n-1)\pi}{2n+1} &= \frac{1}{2} \\ \text{Cos} \frac{2\pi}{2n+1} + \text{Cos} \frac{4\pi}{2n+1} + \text{Cos} \frac{6\pi}{2n+1} + \dots + \text{Cos} \frac{2n\pi}{2n+1} &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Productorias $\forall n \in \mathbb{Z}^+$

$$\begin{aligned} \text{Sen} \frac{\pi}{2n+1} \text{Sen} \frac{2\pi}{2n+1} \text{Sen} \frac{3\pi}{2n+1} \dots \text{Sen} \frac{n\pi}{2n+1} &= \frac{\sqrt{2n+1}}{2^n} \\ \text{Cos} \frac{\pi}{2n+1} \text{Cos} \frac{2\pi}{2n+1} \text{Cos} \frac{3\pi}{2n+1} \dots \text{Cos} \frac{n\pi}{2n+1} &= \frac{1}{2^n} \\ \text{Tan} \frac{\pi}{2n+1} \text{Tan} \frac{2\pi}{2n+1} \text{Tan} \frac{3\pi}{2n+1} \dots \text{Tan} \frac{n\pi}{2n+1} &= \sqrt{2n+1} \end{aligned}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}5x + \text{Sen}x}{\text{Cos}2x}$$

- a) $2\text{Sen}3x\text{Cos}2x$ b) $2\text{Sen}3x + 1$
 c) $2\text{Sen}3x$ d) 2
 e) $2\text{Cos}3x$

02. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}4x + \text{Sen}2x}{\text{Sen}3x\text{Cos}x}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

03. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}40^\circ + \text{Sen}20^\circ}{\text{Cos}10^\circ}$$

- a) 1 b) $1/2$ c) $1/4$
 d) $2\text{Sen}10^\circ$ e) $\text{Cos}10^\circ$

04. Reducir:

$$E = \frac{\text{Cos}3x + \text{Cos}x}{\text{Cos}2x.\text{Cos}x}$$

- a) 1 b) 2 c) $\text{Sen}3x$
 d) $\text{Sen}2x$ e) $\text{Cos}x$

05. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}7x + \text{Sen}5x}{\text{Sen}6x\text{Cos}x}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) $\text{Sen}x$ e) $\text{Cos}x$

06. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}5x - \text{Sen}3x}{2\text{Cos}4x\text{Cos}x}$$

- a) 1 b) 2 c) $\text{Sen}x$
 d) $\text{Tan}x$ e) $\text{Cot}x$

07. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}17^\circ - \text{Sen}3^\circ}{2\text{Sen}7^\circ \text{Sen}10^\circ}$$

- a) 1 b) 2 c) $\text{Tan}10^\circ$
 d) $\text{Cot}10^\circ$ e) $\text{Tan}3^\circ$

08. Reducir:

$$E = \frac{\text{Sen}20^\circ + \text{Cos}50^\circ}{\text{Sen}80^\circ}$$

- a) 1 b) -1 c) 2
 d) -2 e) 3

$$09. \text{ Reducir: } E = \frac{\text{Sen}80^\circ + \text{Sen}20^\circ}{\text{Cos}20^\circ - \text{Cos}80^\circ}$$

- a) 1 b) 2 c) $\text{Tan}50^\circ$
 d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10. Reducir:

$$E = (\text{Sen}70^\circ + \text{Cos}70^\circ).\text{Sec}25^\circ$$

- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 d) $1/2$ e) 2

11. Simplificar:

$$E = \frac{\text{Sen}3x - \text{Sen}x}{\text{Cos}3x + \text{Cos}x}$$

- a) $\text{Tan}x$ b) $\text{Cot}x$ c) $\text{Tan}2x$
 d) $\text{Cot}2x$ e) 2

12. Simplificar:

$$E = \frac{\text{Sen}7x + \text{Sen}3x}{\text{Cos}3x - \text{Cos}7x}$$

- a) $\text{Tan}2x$ b) $\text{Cot}2x$ c) $\text{Tan}4x$
 d) $\text{Cot}4x$ e) 1

13. Simplificar:

$$E = \frac{\text{Cos}x - \text{Cos}3x}{\text{Sen}2x}$$

- a) $\text{Sen}x$ b) $-\text{Sen}x$ c) $2\text{Sen}x$
 d) $-2\text{Sen}x$ e) $\text{Cos}2x$

14. Simplificar:

$$E = \frac{\text{Sen}x + \text{Sen}3x + \text{Sen}5x}{\text{Cos}x + \text{Cos}3x + \text{Cos}5x}$$

- a) $\text{Tan}x$ b) $\text{Tan}2x$ c) $\text{Tan}3x$
 d) $\text{Tan}4x$ e) $\text{Tan}5x$

15. Transformar a producto:

$$E = \text{Sen}2x + \text{Sen}4x + \text{Sen}6x + \text{Sen}8x$$

- a) $\text{Sen}5x\text{Cos}2x\text{Cos}x$ b) $4\text{Sen}5x\text{Cos}2x\text{Cos}x$
 c) $4\text{Cos}5x\text{Cos}2x\text{Cos}x$ d) $\text{Cos}5x\text{Cos}2x\text{Cos}x$
 e) $4\text{Sen}2x\text{Cos}3x\text{Cos}x$

$$16. \text{ Reduzca: } G = \frac{\text{Sen}70^\circ + \text{Sen}10^\circ}{\text{Cos}70^\circ + \text{Cos}10^\circ}$$

- a) $\text{Tan}40^\circ$ b) $\text{Cot}40^\circ$ c) $\sqrt{3}$
 d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\text{Tan}20^\circ$

17. Reduzca :

$$H = \frac{\text{Sen}7x - \text{Sen}x}{\text{Cos}x - \text{Cos}7x}$$

- a) $\text{Tan}3x$ b) $\text{Cot}3x$ c) $\text{Tan}4x$
d) $\text{Cot}4x$ e) $-\text{Cot}4x$

18. Simplifique :

$$G = \frac{\text{Sen}20^\circ + \text{Sen}40^\circ + \text{Sen}60^\circ}{\text{Cos}10^\circ + \text{Cos}30^\circ + \text{Cos}50^\circ}$$

- a) $\sqrt{3}\text{Sen}40^\circ$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{Sen}40^\circ$
c) $\frac{2}{\sqrt{3}}\text{Sen}40^\circ$ d) $2\text{Sen}40^\circ$
e) $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{Sen}40^\circ$

19. Transforme a producto :

$$R = \text{Sen}3x + \text{Sen}5x + \text{Sen}9x + \text{Sen}11x$$

- a) $4 \text{Cos}x \cdot \text{Cos}3x \cdot \text{Sen}7x$
b) $2 \text{Cos}x \cdot \text{Cos}3x \cdot \text{Sen}7x$
c) $4 \text{Cos}2x \cdot \text{Cos}3x \cdot \text{Sen}7x$
d) $2 \text{Cos}2x \cdot \text{Cos}x \cdot \text{Sen}7x$
e) $2 \text{Cos}2x \cdot \text{Cos}3x \cdot \text{Sen}7x$

20. En un triángulo ABC; reducir :

$$L = \frac{\text{Sen}2A - \text{Sen}2B}{\text{Sen}(A - B)}$$

- a) $2\text{Cos}C$ b) $-2\text{Cos}C$ c) $2\text{Sen}C$
d) $-2\text{Sen}C$ e) $-\text{Cos}C$

21. La expresión : $\frac{\text{Sen}x + \text{Sen}y}{\text{Cos}x + \text{Cos}y}$

Es igual a :

- a) $\text{Tan}\left(\frac{x+y}{2}\right)$ b) $\text{Sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)$
c) $\text{Cos}\left(\frac{x+y}{2}\right)$ d) $\text{Cot}\left(\frac{x+y}{2}\right)$
e) $\frac{\text{Sen}(x+y)}{\text{Cos}(x+y)}$

22. La expresión :

$$\frac{\text{Sen}x + \text{Sen}3x}{\text{Sen}2x + \text{Sen}4x}$$

es igual a :

- a) $\frac{\text{Sen}4x}{\text{Sen}6x}$ b) 1

- c) $\frac{\text{Cos}2x}{\text{Sen}3x}$ d) $\frac{\text{Sen}2x}{\text{Sen}3x}$
e) $\text{Sen}2x$

23. La expresión :

$$\text{Sen}x + \text{Sen}3x + \text{Sen}5x + \text{Sen}7x$$

es igual a :

- a) $\text{Sen}4x + \text{Sen}12x$
b) $\text{Sen}16x$
c) $4\text{Sen}x \text{ Sen}2x \text{ Cos}4x$
d) $\text{Sen}4x$
e) $4\text{Cos}x \text{ Cos}2x \text{ Sen}4x$

24. Transformar en producto la siguiente expresión :

$$\text{Cos}4x + \text{Cos}8x + 2 - 4\text{Sen}^2x$$

- a) $\text{Cos}2x \text{ Cos}3x$ b) $4\text{Cos}2x \text{ Sen}^23x$
c) $2\text{Cos}2x \text{ Sen}^22x$ d) $4\text{Cos}2x \text{ Cos}^23x$
e) $4\text{Cos}4x \text{ Cos}^22x$

25. Transformar en producto la expresión :

$$E = \text{Sen}A + \text{Sen}2A + \text{Sen}3A$$

- a) $4\text{Sen}\frac{3A}{2} \text{ Cos}\frac{A}{2} \text{ Cos}A$
b) $\text{Sen}A \text{ Cos}\frac{3A}{2}$
c) $2\text{Cos}\frac{3A}{2} \text{ Sen}A \text{ Sen}\frac{A}{2}$
d) $4\text{Cos}\frac{3A}{2} \text{ Sen}A \text{ Sen}\frac{A}{2}$
e) $3\text{Cos}\frac{3A}{2} \text{ Cos}2A \text{ Cos}A$

26. La expresión :

$$\text{Sen}4x + \frac{\text{Sen}^22x}{\text{Cos}x \text{ Sen}x + \frac{\text{Sen}x}{\text{Cos}x + \text{Tan}x \text{ Sen}x}}$$

es igual a :

- a) $\text{Tan}x$ b) $\text{Cos}2x \text{ Cos}3x$
c) $2\text{Sen}x \text{ Cos}3x$ d) $\text{Sen}2x \text{ Sen}3x$
e) $2\text{Sen}3x \text{ Cos}x$

27. Reducir:

$$E = 2\text{Sen}3x \text{ Cos}2x - \text{Sen}x$$

- a) $\text{Sen}x$ b) $\text{Sen}3x$ c) $\text{Sen}4x$
d) $\text{Sen}5x$ e) $\text{Sen}6x$

28. Simplificar:

$$E = 2\text{Sen}5x\text{Cos}3x - \text{Sen}8x$$

- a) $\text{Sen}x$ b) $\text{Sen}2x$ c) $\text{Sen}3x$
 d) $\text{Sen}4x$ e) $\text{Sen}5x$

29. Reducir:

$$E = 2\text{Sen}x\text{Cos}3x + \text{Sen}2x$$

- a) 1 b) -1 c) $\text{Sen}2x$
 d) $\text{Sen}4x$ e) $\text{Cos}2x$

30. Reducir:

$$E = 2\text{Sen}5x\text{Cos}x - \text{Sen}6x$$

- a) $\text{Sen}2x$ b) $\text{Sen}4x$ c) 0
 d) 1 e) $\text{Sen}x$

31. Reducir: $E = 2\text{Cos}40^\circ\text{Cos}20^\circ - \text{Sen}70^\circ$

- a) 1 b) $1/2$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) $\sqrt{3}$ e) 0

32. Reducir: $E = 2\text{Sen}4x\text{Cos}2x - \text{Sen}6x$

- a) $\text{Sen}x$ b) $\text{Sen}2x$ c) $\text{Sen}3x$
 d) $\text{Sen}5x$ e) $\text{Sen}4x$

33. Reducir: $A = 2\text{Cos}5x\text{Cos}x - \text{Cos}6x$

- a) $\text{Cos}2x$ b) $\text{Cos}3x$ c) $\text{Cos}4x$
 d) $\text{Cos}5x$ e) $\text{Cos}8x$

34. Reducir: $E = 2\text{Sen}5x\text{Sen}3x + \text{Cos}8x$

- a) $\text{Sen}2x$ b) $\text{Cos}2x$ c) $\text{Cos}3x$
 d) $\text{Cos}4x$ e) $\text{Cos}6x$

35. Reducir:

$$E = 2\text{Cos}50^\circ\text{Cos}10^\circ - \text{Cos}40^\circ$$

- a) $1/2$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) 1
 d) $\sqrt{3}$ e) $2\sqrt{3}$

36. Reducir:

$$E = 2\text{Sen}3x\text{Sen}x + \text{Cos}4x$$

- a) $\text{Cos}x$ b) $\text{Cos}2x$ c) $\text{Cos}3x$
 d) $\text{Cos}4x$ e) $\text{Cos}6x$

37. Calcular: $E = \frac{2\text{Sen}3x\text{Cos}x - \text{Sen}4x}{2\text{Sen}2x\text{Cos}4x - \text{Sen}6x}$

- a) 1 b) -1 c) 0
 d) $\text{Sen}6x$ e) $\text{Sen}4x$

38. Calcular:

$$E = \frac{1 - 4\text{Cos}80^\circ\text{Sen}70^\circ}{2\text{Cos}80^\circ}$$

- a) -1 b) $1/2$ c) 1
 d) $-1/2$ e) 0

39. Simplificar:

$$E = \frac{\text{Cos}4\theta\text{Cos}3\theta - \text{Cos}5\theta\text{Cos}2\theta}{\text{Sen}2\theta}$$

- a) $\text{Sen}2\theta$ b) $\text{Sen}\theta$ c) $\text{Cos}\theta$
 d) $\text{Cos}2\theta$ e) $\text{Sen}4\theta$

40. Reducir:

$$E = \frac{2\text{Sen}2x\text{Cos}3x + \text{Sen}x}{2\text{Sen}4x\text{Cos}x - \text{Sen}3x}$$

- a) 1 b) -1 c) $\text{Sen}5x$
 d) $\frac{\text{Sen}5x}{\text{Sen}x}$ e) $\text{Cos}x$

41. Reduzca :

$$H = \frac{2\text{Sen}3x\text{Cos}x - \text{Sen}4x}{2\text{Cos}5x\text{Cos}4x - \text{Cos}9x}$$

- a) $2\text{Sen}x$ b) $2\text{Cos}x$ c) $\text{Sen}x$
 d) $\text{Cos}x$ e) $\frac{1}{2}\text{Cos}x$

42. Si :

$$P(x) = \text{Sen}3x\text{Cos}2x + \text{Sen}3x\text{Cos}4x - \text{Sen}x\text{Cos}6x$$

$$\text{Calcule : } P\left(\frac{\pi}{30}\right)$$

- a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 2
 d) $\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

43. Halle el valor de la expresión :

$$R = \frac{2\text{Sen}40^\circ\text{Cos}20^\circ - \text{Sen}20^\circ}{2\text{Cos}35^\circ\text{Cos}10^\circ - \text{Cos}25^\circ}$$

- a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 d) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

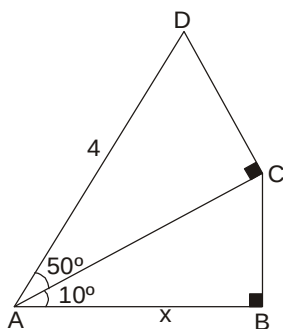
44. Si se define la función :

$$f(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{9} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9} - x\right),$$

halle : $f_{\text{máx}}(x)$

- a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{2}$
d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{4}$

45. Del gráfico, calcule "x"
($\cos 40^\circ = 0,766$)



- a) 2,532 b) 3,156 c) 2,216
d) 3,108 e) 2,748

46. Si el ángulo A mide $\frac{\pi}{13}$ rad ,
hallar el valor de :

$$F = \frac{\cos A \cos 10A}{\cos 2A + \cos 4A}$$

- a) 1 b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{3}{2}$

47. Dada la expresión $2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos 2x$,
indicar si es igual a :

- a) $\sin\left(\frac{5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{3x}{2}\right)$
b) $\sin\left(\frac{5x}{4}\right) + \sin\left(\frac{3x}{4}\right)$
c) $\sin\left(\frac{5x}{2}\right) - \sin\left(\frac{3x}{2}\right)$
d) $\sin\left(\frac{5x}{4}\right) - \sin\left(\frac{3x}{4}\right)$
e) $\cos\left(\frac{5x}{4}\right) + \cos\left(\frac{3x}{4}\right)$

48. Cuál de las siguientes expresiones equivale a : $2\cos 6x \sin x$

- a) $\cos 7x + \sin 5x$
b) $\cos 7x + \sin x$
c) $\sin 7x + \sin 5x$
d) $\sin 7x + \cos x$
e) $\sin 7x - \sin 5x$

49. La suma de los senos de tres arcos en progresión aritmética de razón $\frac{2\pi}{3}$ es :

- a) 1 b) 0 c) -1
d) $\frac{2}{3}$ e) No se puede determinar.

50. Si :

$$\sin \alpha + \sin \beta = a$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = b$$

$$(a^2 + b^2 \neq 0)$$

Calcular : $\cos(\alpha + \beta)$

- a) $\frac{2ab}{a^2 + b^2}$ b) $\frac{2ab}{a^2 - b^2}$
c) $\frac{a^2 - 3b^2}{a^2 + b^2}$ d) $\frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}$
e) $\frac{b^2 - a^2}{2ab}$

51. Si :

$$\sin x + \sin y = a$$

$$\cos x - \cos y = b$$

calcular :

$$M = \frac{1 + a \sin(x - y) - \cos(x - y)}{a + \sin(x - y) + a \cos(x - y)}$$

- a) $\frac{b}{a} + 1$ b) ab c) $a \neq b$
d) $-\frac{b}{a}$ e) $\frac{a}{b}$

52. Si : $\sin 2x + \sin 2z = 0$ y $z - x = \frac{\pi}{4}$,

los valores de $\cos^2 z + \cos^2 x$ serán :

- a) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$
b) $-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$, $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
c) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$, $1 - \sqrt{2}$

d) $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, $1 + \sqrt{2}$

e) $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

53. Transforme a producto :

$$W = \cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\theta + \cos 2(\alpha + \beta + \theta)$$

a) $2\cos(\alpha + \beta)\cos(\beta + \theta)\cos(\theta + \alpha)$

b) $4\cos(\alpha + \beta)\cos(\beta + \theta)\cos(\theta + \alpha)$

c) $2\sin(\alpha + \beta)\cos(\beta + \theta)\cos(\theta + \alpha)$

d) $4\cos(\alpha + \beta)\sin(\beta + \theta)\cos(\theta + \alpha)$

e) $4\cos(\alpha - \beta)\cos(\beta - \theta)\cos(\theta + \alpha)$

54. Si : $\cos 2x \cos 4x \cos 8x = 0,5$,

calcule : $A = \frac{\tan 7x}{\tan 9x}$

a) 0,6 b) 0,8 c) 1,6

d) 1,8 e) 2,4

55. Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} \sec 80^\circ - 2 \sin 70^\circ$$

a) $\tan 10^\circ$ b) $\cot 10^\circ$ c) -1

d) 1 e) $\frac{1}{2} \cot 10^\circ$

56. La función trigonométrica :

$$f(x) = \frac{\tan x + \tan 2x}{\cos x + \cos 2x}$$

es equivalente a :

a) $\frac{\sin x \sin 2x}{(\cos x + \cos 2x)(\cos x \cos 2x)}$

b) $\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\right)x}{(\cos x \cos 2x)}$

c) $\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\right)x}{\cos x \cos 2x \cos\left(\frac{x}{2}\right)}$

d) $\frac{\cos 2x \cos x \cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3}{2}\right)x}$

e) $\frac{\sin 2x \cos 2x}{\cos x + \cos 2x}$

57. Si : $\sin y = 2\sin(2x + y)$,
entonces : $\tan(x + y)$ es igual a :

a) $-2\tan x$ b) $-4\tan x$ c) $-5\tan x$

d) $-3\tan x$ e) $-\tan x$

58. Si : $2\sin 5x = 3\sin 3x$,
hallar :

$$M = 25\cot^2 4x - \cot^2 x$$

a) -2 b) -1 c) 2

d) 1 e) 0

59. Simplificar :

$$E = \frac{\sin 20^\circ}{1 - \sqrt{3}\sin 20^\circ}$$

a) $2\tan 20^\circ$

b) $\tan 40^\circ$

c) $2\tan 40^\circ$

d) $\tan 20^\circ$

e) $\sec 20^\circ$

60. Calcular el valor aproximado de la expresión :

$$S = \csc 27^\circ - \sec 27^\circ$$

a) $3 - \sqrt{5}$

b) $\sqrt{2}(3 - \sqrt{5})$

c) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

d) $3 + \sqrt{5}$

e) $5 + \sqrt{5}$

Claves

01.	<i>c</i>
02.	<i>b</i>
03.	<i>a</i>
04.	<i>b</i>
05.	<i>b</i>
06.	<i>d</i>
07.	<i>d</i>
08.	<i>a</i>
09.	<i>d</i>
10.	<i>b</i>
11.	<i>a</i>
12.	<i>b</i>
13.	<i>c</i>
14.	<i>c</i>
15.	<i>b</i>
16.	<i>a</i>
17.	<i>d</i>
18.	<i>c</i>
19.	<i>a</i>
20.	<i>b</i>
21.	<i>a</i>
22.	<i>d</i>
23.	<i>e</i>
24.	<i>d</i>
25.	<i>a</i>
26.	<i>e</i>
27.	<i>d</i>
28.	<i>b</i>
29.	<i>d</i>
30.	<i>b</i>

31.	<i>b</i>
32.	<i>b</i>
33.	<i>c</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>a</i>
36.	<i>b</i>
37.	<i>b</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>b</i>
40.	<i>a</i>
41.	<i>a</i>
42.	<i>b</i>
43.	<i>c</i>
44.	<i>d</i>
45.	<i>a</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>c</i>
48.	<i>e</i>
49.	<i>b</i>
50.	<i>d</i>
51.	<i>d</i>
52.	<i>e</i>
53.	<i>b</i>
54.	<i>a</i>
55.	<i>d</i>
56.	<i>c</i>
57.	<i>d</i>
58.	<i>e</i>
59.	<i>b</i>
60.	<i>b</i>