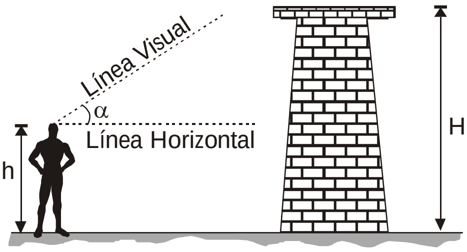
Capítulo 3

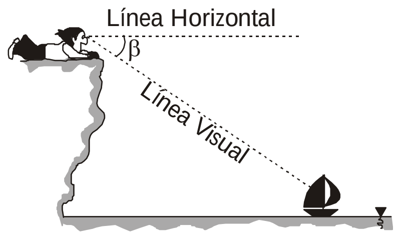
ÁNGULOS VERTICALES ÁNGULOS HORIZONTALES

ÁNGULOS VERTICALES

Son aquellos ángulos ubicados en un plano vertical que, en la práctica, son formados por una línea visual (o línea de mira) y una línea horizontal, como resultado de haberse efectuado una observación. Estos resultados se clasifican en: ***ángulos de elevación*** y ***ángulos de depresión***.
(ver gráficos).

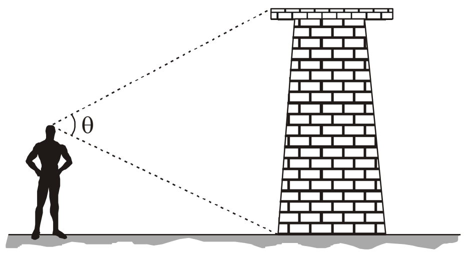


α : Ángulo de Elevación



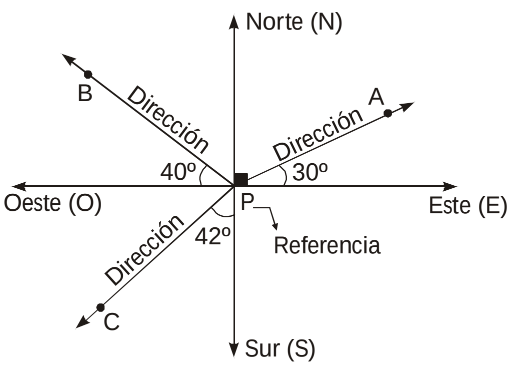
β : Ángulo de Depresión

Consideración: En el gráfico adjunto, "θ" es el ángulo bajo el cual se divisa la torre. Note que deben trazarse las dos visuales; una hacia la parte alta y la otra hacia la parte baja. Luego "θ" es el ángulo formado por las dos visuales.



ÁNGULOS HORIZONTALES

Son aquellos ángulos ubicados en un plano horizontal que, en la práctica, los vamos a ubicar en la Rosa Náutica.
Rosa Náutica: (compás marino), es un instrumento de orientación que permitirá localizar una ciudad, persona o punto; respecto de una referencia, mediante el uso de las direcciones :

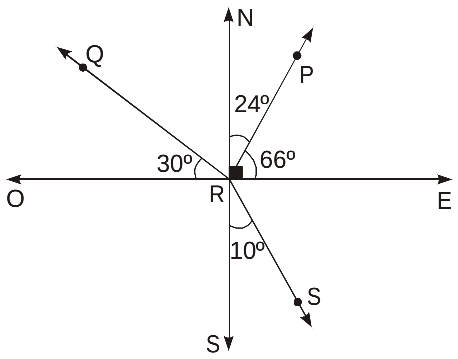


Note que dichas direcciones en este caso para A; B y C; forman con los ejes principales ciertos ángulos; con quienes se van a denotar dichas direcciones.
Por ejemplo:

"A" se halla el E30ºN de "P"
"B" se halla al O40ºN de "P"
"C" se halla al S42ºO de "P"

Note que dichas direcciones en este caso para A; B y C; forman con los ejes principales ciertos ángulos; con quienes se van a denotar dichas direcciones.
Por ejemplo:

"A" se halla el E30ºN de "P" .
"B" se halla al O40ºN de "P" .
"C" se halla al S42ºO de "P" .

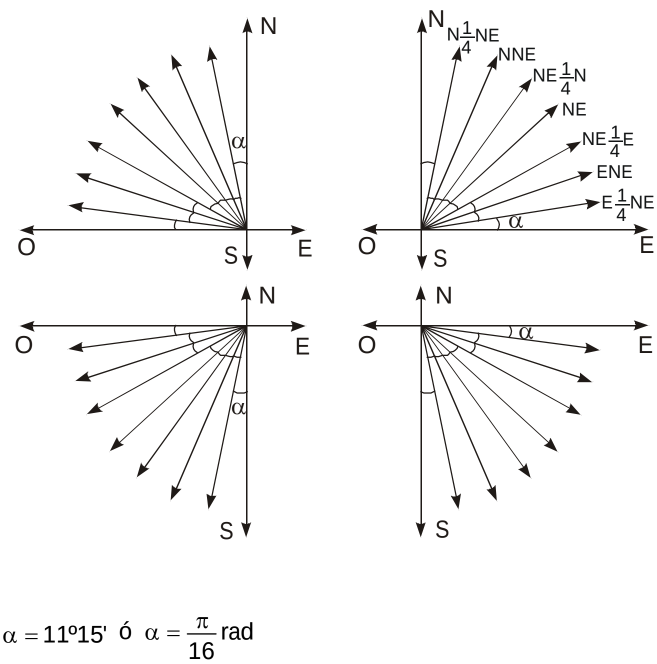


P: Está al N24º E de "R"
Está al E66º N de "R"

Q: Está al O30º N de "R"
Está al de "R"

S: Está al S10º E de "R"
Está al de "R"

Ahora bien, algunas direcciones tienen la particularidad de obtenerse trazando bisectrices sucesivas, a partir de los ejes principales; por lo que su notación será también particular. Indicaremos lo que ocurre entre el Norte y el Este, y usted concluye los restantes por analogía.

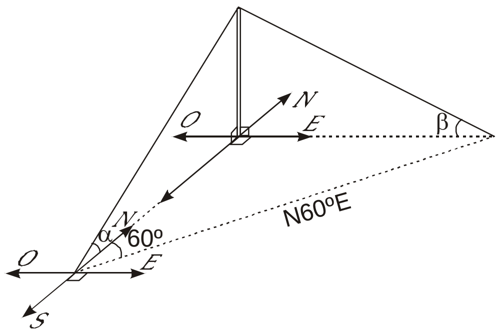


En cualquiera de los casos : $\alpha = 11º15'$ ó $\alpha = \frac{\pi}{16}$ rad

SITUACIONES COMBINADAS

Cuando los enunciados de los problemas mencionan ángulos verticales (de elevación o de depresión) y ángulos horizontales (uso de direcciones, generalmente), al mismo tiempo, la rosa náutica a emplear asume una posición más real; es decir, ubicada en un plano horizontal. Por ejemplo, grafiquemos la siguiente situación:

"Desde un punto en tierra, se divisa al Norte lo alto de un poste con un ángulo de elevación "α". Si luego nos desplazamos hacia el N60ºE, hasta ubicarnos al Este del poste, el ángulo de elevación para su parte más alta sería "β". Ahora, note la representación gráfica:



EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Desde un punto de tierra se observa lo alto de un edificio con ángulo de elevación 37º, si la visual mide 30 m, determinar la altura de edificio.

a) 3 m b) 12 c) 15
d) 18 e) 24

02. Una persona de 2 m de estatura divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 45º. Si la altura del poste es de 20 m. ¿A qué distancia de el se halla la persona?

a) 18 b) 20 c) 22
d) 24 e) 32

03. Desde un punto ubicado a 24 m de una torre, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 53º. ¿Cuál es la altura de la torre?

a) 24 b) 36 c) 32
d) 42 e) 48

04. Desde un punto en tierra se divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37º. Si la altura del poste es de 30 m. ¿A qué distancia del poste se encuentra el punto de observación?

a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

05. Desde dos puntos separados 42 m se observa la parte alta de un farol que se encuentra entre ellos con ángulos de elevación 37º y 45º. Determinar la altura del farol.

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

06. Desde un muro de 6 m de altura se observa la parte alta y baja un poste con ángulos de elevación y depresión 60º y 30º respectivamente. Determine la altura del poste.

a) 15 m b) 24 c) 30
d) 36 e) 48

07. Desde un punto en tierra se ve lo alto de una torre con un ángulo de elevación "α" (Tgα =1/4). ¿A qué distancia de la torre se halla el punto de observación, si la altura de la torre es 7 m?

a) 14 b) 28 c) 56
d) 21 e) N.A.

08. Desde un punto en tierra se divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 37º. Si nos acercamos una distancia igual a la altura del poste, el ángulo de elevación es "α". Calcular: "Tgα".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

09. Desde un punto ubicado a 15 m de un poste se ve su parte más alta con un ángulo de elevación de 53º. Caminamos 3 m en dirección al poste y el ángulo de elevación para su parte más alta es "α". Calcular: "Ctgα".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

10. Una hormiga observa la copa de un árbol con un ángulo de elevación de 37º, luego se acerca 7 m y observa el mismo punto con un ángulo de elevación de 53º. Calcular la altura del árbol.

a) 10 b) 12 c) 14
d) 16 e) 20

11. Desde dos puntos separados 52 m se observa lo alto de un poste con ángulos de elevación 53º y θ $\left(Tg\theta = \frac{2}{5}\right)$. Si el poste se encuentra entre los dos puntos. Determine su altura.

a) 12 m b) 16 c) 18
d) 9 e) 11

12. Se observa un poste con ángulo de elevación "θ" nos acercamos "L" y el ángulo de elevación es 45º. Si la altura de poste es "2 L". Determinar: Tgθ.

a) 1/3 b) 2/3 c) 1
d) 1/2 e) 3/2

13. Desde un edificio de 12 m de altura se observa un automóvil con ángulo con ángulo de depresión "θ" $\left(Tg\theta = \frac{1}{3}\right)$. Luego se observa una señal más cerca del edificio con ángulo de depresión 45º. Determine la distancia entre la señal y el automóvil.

a) 12 m b) 18 c) 24
d) 36 e) 10

14. Desde un punto en tierra se divisa lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 45º, y desde otro punto ubicado en la mitad de la distancia que hay entre el primer punto y el poste, el ángulo de elevación es "α". Calcular: "Tgα".

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 16

15. Desde un punto ubicado a 30 m de una torre se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación "α" (Tgα =1/3). Si nos alejamos una distancia igual a la altura de la torre, el ángulo de elevación es "θ".

Calcular: "Ctg θ".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6

16. Desde las partes superiores del primero, segundo y tercer piso de un edificio se observa lo alto de otro edificio con ángulos de elevación α, β, θ, respectivamente. Si: Tg α -Tg β = 0,1 y Tg θ = 2,7. ¿Cuántos pisos tiene el segundo edificio?

a) 10 b) 15 c) 20
d) 30 e) 40

17. Desde lo alto de un edificio de 8 pisos, se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión de 45º. Cuánto mide cada piso del edificio, si el punto observado se halla a 24 m del mismo?

a) 2 b) 2,5 c) 3
d) 3,5 e) 4

18. Desde un punto ubicado a 36 m de un edificio de 28 m de altura, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación de 53º. Señale la distancia de un punto a la base del edificio.

a) 20 b) 21 c) 35
d) 32 e) 49

19. Desde el puesto del vigía de un barco que tiene 48 m de altura se observa que el ángulo de depresión de un bote es de 30º. Calcular la distancia a la que esta el barco.

a) 48 b) $48\sqrt{3}$ c) 12
d) 24 e) $6\sqrt{3}$

20. Desde el pie de un poste se observa la parte más alta de una torre con un ángulo de elevación de 45º, el mismo punto es observado desde la parte más alta del poste con un ángulo de elevación de 37º. Calcular la longitud del poste si la distancia entre el poste y la torre es de 120 m.

a) 10 b) 15 c) 20
d) 30 e) 40

21. Desde un punto en Tierra se ve lo alto de un poste con un ángulo de elevación "α" $(\text{Tan}\alpha = \frac{1}{6})$; y si nos acercamos 30 m el ángulo de elevación es de 45º.
¿Cuál es la altura del poste?

a) 5 m b) 6 m c) 4 m
d) 8 m e) 12 m

22. Un móvil se desplaza hacia una torre con una velocidad de 4 m/min; y en un primer momento, observa su parte más alta con un ángulo de elevación de 37º. Si la torre mide 192 m, ¿después de qué tiempo el ángulo de elevación tiene como tangente 8?

a) 29 min b) 48 min c) 1h 12 min
d) 1h 18 min e) 58 min

23. Un niño observa los ojos de su padre con un ángulo de elevación α, y su padre observa sus pies con un ángulo de depresión $(90º-\alpha)$.
Obtener la relación entre sus alturas.

a) $1+\text{Tan}^2\alpha$ b) $1-\text{Tan}^2\alpha$
c) $1-\text{Cot}^2\alpha$ d) $1+\text{Cot}^2\alpha$
e) $\text{Tan}^2\alpha - 1$

24. Se tiene una torre en el borde de un acantilado; cuyas partes alta y baja son vistas desde un punto de la superficie horizontal con ángulos de elevación "α" y "θ", respectivamente $(3\text{Tan}\alpha = 4\text{Tan}\theta)$. La altura del acantilado es de 212,31 m.
¿Cuál es la altura de la torre?

a) 141,54 m b) 28,308 m
c) 159,2325 m d) 70,77 m
e) 35,385 m

25. Subiendo por un camino inclinado, de ángulo "θ" respecto a la horizontal; se observa lo alto de una torre con un ángulo de elevación "2θ"; verificándose que la torre mide 3 m y la visual 7 m.
¿Cuál es el valor de "$\text{Tan}\theta$"?

a) $\frac{3}{7}$ b $\frac{6}{7}$ c) $\frac{3}{14}$
d) $\frac{4}{7}$ e) $\frac{2}{7}$

26. Desde dos puntos ubicados al Sur y al Oeste de una torre de 24 m de altura, se ve su parte más alta con ángulo de elevación de 45º y 37º respectivamente.
¿Cuál es la distancia entre los puntos de observación?

a) 32 m b) 36 m c) 56 m
d) 48 m e) 40 m

27. Desde dos puntos ubicados al Sur y Oeste de un poste, se divisa su parte más alta con ángulos de elevación "α" y "$90º-\alpha$", respectivamente. Si la distancia entre los puntos de observación es el doble de la altura del poste, calcular: $P = \text{Tan}\alpha + \text{Cot}\alpha$

a) 3 b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{6}$
d) $2\sqrt{6}$ e) $3\sqrt{2}$

28. El ángulo de elevación de la cúspide de una torre es de 60º a 72 metros de ella. Estando el ojo del observador a $\sqrt{3}$ metros sobre el suelo, la altura de la torre es aproximadamente.

a) 72 m b) $73\sqrt{3}$ m c) 71 m

d) 73 m e) $72\sqrt{3}$ m

29. Desde el pie de un poste el ángulo de elevación de la parte más alta de un campanario es 45º. Desde la parte superior del poste que tiene 9 m de altura, el ángulo de elevación es de 30º.
¿Cuál es la altura del campanario?

a) $\dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ b) $\dfrac{7\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

d) $\dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ e) $\dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

30. Un niño está volando su cometa soltándole cuerda, la misma que se mantiene tensa y haciendo un ángulo θ con la horizontal. A 120 m detrás del niño hay un hombre. Cuando la cometa se encuentra a 20 m de altura, el hombre la observa con un ángulo α respecto a la horizontal.
¿A cuántos metros de altura se encontrará la cometa para que sea observada por el hombre con un ángulo 2α?

Considere : $\text{Tg}\theta = \dfrac{1}{3}$

a) $\dfrac{637}{23}$ b) $\dfrac{1285}{17}$ c) $\dfrac{1080}{13}$

d) $\dfrac{1561}{19}$ e) $\dfrac{637}{13}$

31. Una balsa se aproxima hacia un faro. En un determinado instante, el faro es observado por el tripulante de la balsa con un ángulo de elevación de $\dfrac{\pi}{12}$. Al recorrer 36m adicionales vuelve a observar, encontrando esta vez un ángulo de $\dfrac{\pi}{6}$.
Encuentre la altura del faro (desprecie la altura del tripulante que hizo la observación)

a) 10 m b) 15 m c) 12 m
d) 14 m e) 18 m

32. Desde lo alto de un edificio se observa a un automóvil con un ángulo de depresión de 37º. Dicho automóvil se desplaza con velocidad constante. Luego que avanza 28 m acercándose al edificio es observado con un ángulo de depresión de 53º. Si desde esta posición tarda en llegar al edificio 6 segundos, calcular la velocidad del automovil.

a) 3 m/s b) 6 m/s c) 7 m/s
d) 12 m/s e) 4 m/s

33. Un avión se encuentra volando horizontalmente a 180 km/h. En cierto instante, el piloto ve una señal en tierra con un ángulo de depresión de 30º. Dos minutos después, estando sobre la señal, el piloto observa a una distancia de 1000 metros un aerostato con un ángulo de elevación de 60º.
¿A qué altura está volando el aerostato en ese instante?

a) $2\sqrt{3}$ km b) $2{,}5\sqrt{3}$ km c) $3\sqrt{3}$ km

d) $3{,}5\sqrt{3}$ km e) $4\sqrt{3}$ km

34. Un barco y un avión viajan en la misma dirección y en el mismo sentido. En la primera observación desde el barco se ve al avión adelante con un ángulo de elevación de 53º, marcando con una boya dicho lugar. En la segunda observación se le ve con un ángulo de 37º, si la velocidad del avión es 8 veces la del barco.
Calcular la cotangente del ángulo con la que el avión en la segunda posición observa la boya.

a) $\dfrac{17}{12}$ b) $\dfrac{15}{11}$ c) $\dfrac{11}{17}$

d) $\dfrac{3}{4}$ e) $\dfrac{5}{7}$

35. Dos puntos están ubicados en un mismo nivel del suelo. Desde uno de ellos se observa el extremo superior de un poste con un ángulo de elevación α y desde otro punto se observa el punto medio del poste con un ángulo de elevación β. Si la suma de las distancias del poste a cada uno de los puntos es d, calcular la altura del poste.

a) $d\text{Tan}\alpha + 2d\text{Tan}\beta$ b) $\dfrac{2d}{2\text{Ctg}\alpha + \text{Ctg}\beta}$

c) $2d\text{Ctg}\alpha + d\text{Ctg}\beta$ d) $\dfrac{2d}{2\text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta}$

e) $d(\text{Tan}\alpha + 2\text{Tan}\beta)$

36. Dos autos parten simultáneamente desde un punto "P" en direcciones que forman un ángulo "θ" uno a 5 km/h y el otro a 12 km/h.
Calcular el $\text{Cos}\theta$ sabiendo que al cabo de una hora la distancia desde el punto "P" al punto medio del segmento que separa ambos autos es de 7 km.

a) $\dfrac{5}{8}$ b) $\dfrac{7}{16}$ c) $\dfrac{3}{80}$

d) $\dfrac{9}{40}$ e) $\dfrac{13}{25}$

37. Un niño de estatura "h" está parado sobre la banca y observa los ojos de su padre; de estatura "H", con un ángulo de elevación "α" y sus pies con un ángulo de depresión "β". Si el padre divisa los pies de su hijo con un ángulo de depresión "θ".

Hallar: $\frac{H}{h}$

a) $\frac{Tan\alpha + Tan\beta}{Tan\theta - Tan\beta}$ b) $\frac{Tan\alpha + Tan\beta}{Tan\theta - Tan\alpha}$

c) $\frac{Tan\theta + Tan\beta}{Tan\theta + Tan\alpha}$ d) $\frac{Tan\theta - Tan\alpha}{Tan\theta - Tan\beta}$

e) $\frac{Tan\theta - Tan\beta}{Tan\theta - Tan\alpha}$

38. Desde la parte superior del tercer piso de un edificio de 9, se ve un momento de menor altura, con un ángulo de elevación "x", su parte más alta y un ángulo de depresión "y" su base. Si desde lo alto del edificio, la tangente del ángulo de depresión con la que se ve la base del monumento, es sextuplo de la tangente del ángulo con que se ve la parte más alta.

Calcular: $E = 4Coty \cdot Tanx$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 8 e) 6

39. Desde lo alto de un edificio se ven tres puntos en Tierra, a un mismo lado, con ángulos de depresión α, 45º y $90º-\alpha$ $(\alpha < 45º)$. Si el punto intermedio dista del más alejado, el doble del más cercano, calcular:

$$N = 6Tan\alpha + Cot^2\alpha$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

40. Un poste, una persona y una torre están ubicados del modo que se mencionan y sus alturas están en la proporción 3; 1; 5. Si de lo alto del poste se divisa lo alto de la persona con un ángulo de depresión "θ"; mientras que la persona divisa lo alto de la torre con un ángulo de elevación α, desde lo alto de la torre se ve la base del poste con un ángulo de depresión "ϕ". Si se verifica que:

$$Cot\theta = mCot\alpha + nCot\phi$$

Calcular: K = m + 2n

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

41. Se tiene un poste $\overline{PQ}$ ("P" en el suelo) y tres puntos en la superficie horizontal A, B y C, perfectamente alineados; desde los cuales se ve "Q" con ángulos de elevación α, β y θ respectivamente. Si $\overline{BP}$ es bisectriz del ángulo $A\hat{P}C$ que mide 60º, calcular:

$$J = \frac{Tan\alpha + Tan\theta}{Tan\beta}$$

a) 2 b) $2\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}$

d) 3 e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

42. Desde la parte más alta de un árbol de 5 metros de altura se observa a otros dos de 1 metro y 4 metros de altura con ángulos de depresión θ y $(90º-\theta)$, si estos están al Este y al Sur del árbol más alto, respectivamente. Calcular: "$Tan\theta$", si además desde la parte más alta del árbol más pequeño, se observa la parte más alta del árbol de 4 metros con un ángulo de elevación de $(90º-\theta)$

a) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\sqrt[4]{2}$

d) $\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2}$

43. Un barco se encuentra al Sur de un helicóptero, el barco permanece inmóvil; pero el helicóptero avanza cierta distancia hacia el Este. Desde el barco se observa al helicóptero en la segunda posición con un ángulo de elevación "θ". Si el ángulo de elevación en la primera posición es de 45º y el helicóptero avanzó 2km, calcular "θ", si además el helicóptero se encuentra a una altura de $\sqrt{2}$km.

a) $ArcTan\frac{1}{2}$ b) $ArcTan\frac{1}{3}$

c) $ArcTan\frac{3}{4}$ d) 30º

e) 45º

44. Se tienen tres puntos en tierra A, B y C (AB = BC); y un poste $\overline{PQ}$ ("Q" en el suelo, al interior del triángulo ABC), desde los cuales se ve lo alto del poste con ángulos de elevación α, β y θ respectivamente.

Si : $A\hat{Q}B = x \quad \wedge \quad B\hat{Q}C = y$

Señale el equivalente de:

$$J = \frac{Cot\alpha Cosx - Cot\theta Cosy}{Cot^2\alpha - Cot^2\theta}$$

a) $Tan\beta$ b) $2Tan\beta$ c) $2Cot\beta$

d) $\frac{1}{2}Cot\beta$ e) $\frac{1}{2}Tan\beta$

45. Luciano observa a Luciana en la dirección NE y a $18\sqrt{2}$ m de distancia; a su vez Luciana observa a Lucio en la dirección E37ºS.
Determine la distancia que separa a Luciano y a Lucio, si Lucio se encuentra al Este de Luciano.

a) 41 m b) 40 m c) 24 m
d) 18 m e) 42 m

46. Desde una ciudad "A" se divisan a otras dos "B" y "C" en las direcciones O80ºN y E40ºN, respectivamente. Además desde "B" se divisa a "C" al E50ºS a una distancia de 173 km.
¿Cuál es la distancia entre "A" y "B"?

a) 100 km b) 200 km c) 150 km
d) 273 km e) 300 km

47. ¿Cuál es la dirección de la bisectriz del menor ángulo formado por las direcciones N20ºE y S80ºO?

a) N10ºO b) N20ºO c) N30ºO
d) N40ºO e) N50ºO

48. Calcular el menor ángulo que forman la bisectriz de SO y $SO\frac{1}{4}S$ con la bisectriz de SE y $SE\frac{1}{4}S$

a) 50º b) 78º45' c) 77º
d) 67º30' e) 90º

49. Se tiene una torre en el borde de un acantilado, cuyas partes alta y baja son vistas desde un punto de la superficie horizontal con ángulos de elevación "α" y "θ" respectivamente $(3\text{Tan}\alpha = 4\text{Tan}\theta)$. La altura del acantilado es de 212,31 m.
¿Cuál es la altura de la torre?

a) 141,54 m b) 28,308 m
c) 159,2325 m d) 70,77 m
e) 35,385 m

50. Una persona camina $5\sqrt{2}$ (aprox.) al norte de su casa, luego 13 m en la dirección $S\theta E$, si ahora se encuentra en la dirección NE de su casa.
Hallar: $\text{Csc}\theta$

a) $\frac{13}{5}$ b) $\frac{13\sqrt{2}}{17}$ c) $\frac{17}{13}$
d) $\frac{10\sqrt{2}}{13}$ e) $\frac{13}{17}$

51. Desde dos puntos A y B, situados al Oeste y al Norte de una torre, se observa la parte más alta de ésta con ángulos de elevación α y β, respectivamente; y desde el punto medio de AB, el ángulo de elevación es "α".
Calcular: $\text{Tan}\alpha \cdot \text{Cot}\beta$

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) 1 c) $\sqrt{3}$
d) 2 e) $2\sqrt{3}$

52. Un niño sostiene dos globos. El ángulo de elevación que tiene en la mano derecha es de 21º y la cuerda mide "a" metros. El ángulo de elevación del globo que sostiene en la mano izquierda es de 24º y la cuerda mide $a\sqrt{2}$ metros.
¿Cuál es la distancia que hay entre los globos?

a) $(1+\sqrt{2})$ a metros b) $(2+\sqrt{2})$ a metros
c) $2a\sqrt{5}$ a metros d) $a\sqrt{5}$ a metros
e) $(\sqrt{2}+\sqrt{5})a$ metros

53. "Moshé" divisa los ojos de su padre con un ángulo de elevación "θ" y sus pies con un ángulo de depresión "α"; mientras que su padre divisa los pies de "Moshé" con un ángulo de depresión "β". Sabiendo que las estaturas de "Moshé" y su padre son "h" y "H" respectivamente, señale el equivalente de:

$$J = \sqrt{\frac{H}{h}} - \sqrt{\frac{h}{H}}$$

a) $\frac{\text{Cot}\alpha\text{Cot}\beta}{\text{Cot}^2\theta}$ b) $\frac{\text{Cot}^2\theta}{\text{Cot}\alpha\text{Cot}\beta}$

c) $\frac{\sqrt{\text{Cot}\alpha\text{Cot}\beta}}{\text{Cot}\theta}$ d) $\frac{\text{Cot}\theta}{\sqrt{\text{Cot}\alpha\text{Cot}\beta}}$

e) $\frac{\text{Tan}\alpha\text{Tan}\beta}{\sqrt{\text{Tan}\theta}}$

54. Desde un punto en tierra, se divisa lo alto de un poste, con un ángulo de elevación de 10º. Nos acercamos una distancia "d_1" y el ángulo de elevación es de 40º; y si nos desplazamos una distancia "d_2" hasta ubicarnos al otro lado del poste, el ángulo de elevación es de 20º.
Calcular: $\frac{d_1}{d_2}$
(Sug. Cos10º = 0,9848)

a) 1,137 b) 1,232 c) 1,321
d) 0,957 e) 0,352

55. Un observador divisa un poste vertical bajo un ángulo "α" notando que sus visuales son iguales. Se acerca una distancia igual a las dos terceras partes de la distancia que inicialmente lo separaba del poste y divisa a éste. ahora bajo un ángulo "θ".
Calcular "n" en la igualdad.

$$\frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Sen}\theta} = \frac{n\text{Sen}^2\frac{\alpha}{2}}{\text{Sen}^2\frac{\theta}{2}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

56. Una persona camina, por un camino inclinado que forma un ángulo "x" con la horizontal y observa la parte superior de una torre con un ángulo de inclinación "2x". Luego de caminar una distancia de 15 veces la altura de la torre, observa nuevamente su parte superior con un ángulo de elevación de "3x".
Calcular: E = Cscx - 15

a) 10 b) 20 c) 12
d) 15 e) 25

57. Se tiene una torre y dos puntos A y B ubicados en lados opuestos de ella. Desde "A" se divisa un punto de la torre con un ángulo de elevación "α"; notándose que la distancia de dicho punto observado a lo alto de la torre es igual a la visual trazada para dicha observación; mientras que, desde "B", se divisa un punto ubicado 1 m, más abajo que al anterior con un ángulo de elevación "β". Notándose que la visual trazada es igual a la distancia del nuevo punto observado a lo alto de la torre, hallar la altura de la torre.

a) $\dfrac{(\text{Tan}\theta+1)(\text{Tan}\alpha+1)}{\text{Tan}\theta-\text{Tan}\alpha}$

b) $\dfrac{(\text{Sen}\,\theta+1)(\text{Sen}\,\alpha+1)}{\text{Sen}\,\alpha-\text{Sen}\,\theta}$

c) $\dfrac{(1-\text{Sen}\theta)(1-\text{Sen}\alpha)}{\text{Sen}\theta+\text{Sen}\alpha}$

d) $\dfrac{(\text{Cos}\theta+1)(\text{Cos}\alpha+1)}{\text{Cos}\alpha-\text{Cos}\theta}$

e) $\dfrac{(\text{Tan}\theta+1)(\text{Tan}\alpha+1)}{\text{Tan}\theta+\text{Tan}\alpha}$

58. Desde cuatro puntos colineales de la superficie A, B, C y D se divisa lo alto de una torre $\overline{PQ}$ ("Q" en el piso) con ángulos de elevación α, β, θ y ϕ respectivamente.
Si: $A\hat{Q}B = B\hat{Q}C = C\hat{Q}D = 10^\circ$ y
$\text{Sen}10^\circ \cong 0{,}173648$.

Calcular:
$$J = \frac{\text{Tan}\alpha\text{Tan}\phi}{\text{Tan}\beta\text{Tan}\theta} + \frac{\text{Tan}\alpha}{\text{Tan}\theta} + \frac{\text{Tan}\phi}{\text{Tan}\beta}$$

a) 1,1983 b) 2,2343 c) 1,7124
d) 2,5783 e) 2,8794

59. Desde un punto del suelo, ubicado al O30ºS de una torre, se divisa su parte más alta con un ángulo de elevación 53º. De esta ubicación nos desplazamos al S30ºE hasta ubicarnos al Sur de la torre. Observaríamos su parte más alta con un ángulo de elevación "β".
Calcular: $\text{Tan}\beta$

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

60. Un reflector situado al ras del suelo ilumina un monumento bajo un ángulo de 30º. Si trasladamos el reflector 2 m más cerca del monumento, éste se ve bajo un ángulo de 45º.
¿Cuál es la altura (y) del monumento y cuál es su distancia (x) al segundo lugar de iluminación?

a) $y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$; $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

b) $y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$; $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

c) $y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$; $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

d) $y=\dfrac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$; $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$

e) $y=3+\sqrt{3}$; $x=3-\sqrt{3}$

Claves

01.	d
02.	a
03.	c
04.	d
05.	e
06.	b
07.	b
08.	c
09.	a
10.	b
11.	b
12.	b
13.	c
14.	a
15.	d
16.	b
17.	c
18.	e
19.	b
20.	d
21.	b
22.	e
23.	b
24.	b
25.	a
26.	e
27.	c
28.	b
29.	d
30.	c

31.	e
32.	b
33.	b
34.	a
35.	b
36.	c
37.	b
38.	e
39.	d
40.	c
41.	c
42.	c
43.	d
44.	e
45.	e
46.	b
47.	d
48.	b
49.	d
50.	b
51.	c
52.	d
53.	c
54.	a
55.	c
56.	d
57.	b
58.	e
59.	b
60.	c