

Capítulo

4

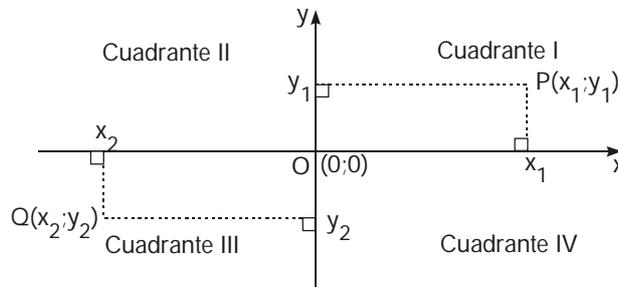
SISTEMA COORDENADO RECTANGULAR

SISTEMA COORDENADO RECTANGULAR

Denominado también cartesiano, en honor al matemático René Descartes (1596-1650).

Se determina trazando dos rectas numéricas perpendiculares entre sí que se intersectan en un punto "O" y divide al plano en cuatro semiplanos denominados cuadrantes.

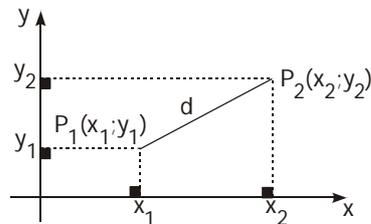
- * La recta horizontal se llama eje "x" o eje de abscisas.
- * La recta vertical se llama eje "y" o eje de ordenadas.
- * El punto "O" se denomina origen de coordenadas.



Distancia entre dos puntos del plano cartesiano

Sean $P_1(x_1;y_1)$ y $P_2(x_2;y_2)$ dos puntos del plano cartesiano, entonces la distancia "d" entre los puntos P_1 y P_2 está dada por:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

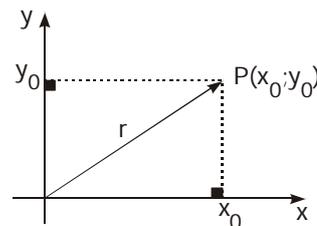


* Radio Vector

Es la distancia del origen de coordenadas a un punto cualquiera del plano cartesiano.

Si: $P(x_0;y_0)$ es un punto del plano cartesiano el radio vector se calcula así:

$$r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$



División de un segmento en una razón dada:

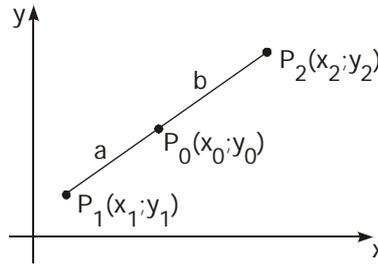
Sea $P_0(x_0; y_0)$ un punto cualquiera sobre un segmento de extremos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ tal que:

$$\frac{P_1P_0}{P_0P_2} = \frac{a}{b} \text{ (razón)}$$

Las coordenadas de P_0 son:

$$x_0 = \frac{ax_2 + bx_1}{a + b}$$

$$y_0 = \frac{ay_2 + by_1}{a + b}$$

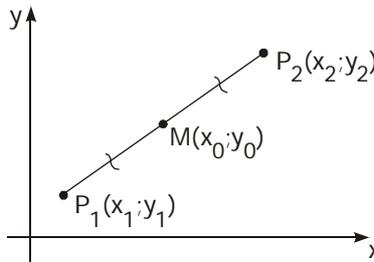


Punto Medio de un Segmento

Las coordenadas del punto medio M del segmento de extremos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ se calcula así:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

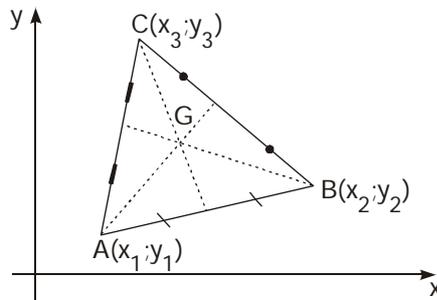


Coordenadas del baricentro de un triángulo:

En el triángulo cuyos vértices son $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$ y $C(x_3; y_3)$, las coordenadas del baricentro están dadas por:

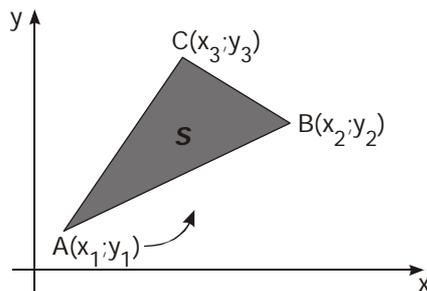
$$G \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

G: baricentro



Área de una región triangular:

Para calcular el área "S" de una región triangular, se colocan las coordenadas de uno de los vértices y seguimos el sentido antihorario hasta cerrar la figura y volver a colocar el primer vértice escogido, finalmente, se procede como a continuación se indica.



$$+ \begin{matrix} \begin{vmatrix} x_2 & y_1 \\ x_3 & y_2 \\ x_1 & y_3 \end{vmatrix} \\ B \end{matrix} \begin{matrix} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} \\ A \end{matrix} \begin{matrix} \begin{vmatrix} x_1 & y_2 \\ x_2 & y_3 \\ x_3 & y_1 \end{vmatrix} \\ A \end{matrix}$$

Luego :

$$S = \frac{A - B}{2}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Determine el radio vector de (2,-3).

- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{13}$
 d) $\sqrt{17}$ e) $\sqrt{19}$

02. Determinar el radio vector de $(\sqrt{2}, -\sqrt{7})$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{10}$ c) 3
 d) 4 e) 5

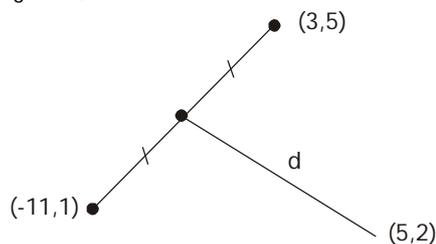
03. Determinar el radio vector del punto medio del segmento formado al unir los puntos (3,1) y (7,9).

- a) $\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $5\sqrt{2}$
 d) $\sqrt{10}$ e) $\sqrt{15}$

04. Si: (-1,2) es el punto medio del segmento formado al unir los puntos, (-3,-1) y (a,b). Determinar: "a+b".

- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 7

05. Del gráfico, calcular: "d".



- a) $\sqrt{37}$ b) $\sqrt{41}$ c) $\sqrt{53}$
 d) $\sqrt{61}$ e) $\sqrt{82}$

06. Dos vértices consecutivos de un cuadrado son (-7,3) y (-1,-5), determine su perímetro.

- a) 60 b) 40 c) 20
 d) $12\sqrt{3}$ e) $15\sqrt{2}$

07. Se tiene una circunferencia de centro (-3,7) que pasa por (2,-5), determinar su diámetro.

- a) 13 b) 15 c) 26
 d) 30 e) 35

08. Si: (4,2) es el punto medio del segmento formado al unir los puntos (a,-3) y (5,b). Determinar: $E = \sqrt{b-a}$

- a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 2
 d) 3 e) 5

09. Determine el producto de las coordenadas del punto del segmento formado al unir los puntos (-7,3) y (1,5).

- a) 6 b) -6 c) 12
 d) -12 e) 15

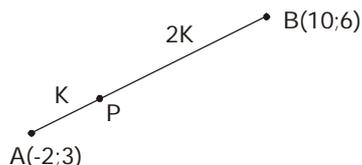
10. Al unir los puntos A(-5,1), B(-1,7) y C(5,-1). Se forma un triángulo ABC. Determine la longitud de la mediana \overline{AM} , (M en \overline{BC}).

- a) $\sqrt{47}$ b) $\sqrt{51}$ c) $\sqrt{53}$
 d) $\sqrt{57}$ e) $\sqrt{61}$

11. Determine las coordenadas del baricentro de un triángulo que se forma al unir los puntos. A(-1,5); B(3,9) y C(7,1).

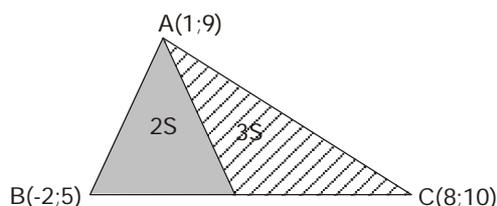
- a) (3,2) b) (-7,3) c) (3,5)
 d) (5,3) e) (-3,5)

12. En el gráfico, hallar "x+y":



- a) (2,3) b) (2,4) c) (1,3)
 d) (-1,2) e) (-2,4)

13. Según el gráfico, halle "p":



- a) (1,8) b) (2,7) c) (3,5)
 d) (3,7) e) (4,6)

14. Los vértices de un triángulo son A(3,1); B(9,1) y C(3,7). Determine su área.

- a) $36 \mu^2$ b) $18 \mu^2$ c) $24 \mu^2$
 d) $16 \mu^2$ e) $9 \mu^2$

15. Los vértices de un triángulo son A(1;2), B(3;6) y C(-1,0). Calcular la longitud de la mediana relativa al lado \overline{AB} .

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 6

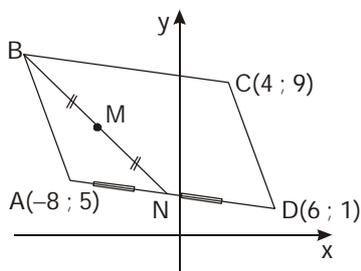
16. Determine en el eje "x" un punto que tenga una distancia de 5 unidades del punto (2,4).
- a) (-1,0) b) (1,0) c) (5,0)
d) (6,0) e) a y c
17. Si ABCD es un paralelogramo donde A(3,2), B(1,5), C(-2,3). Halle el punto D.
- a) (0,0) b) (1,7) c) (-1,3)
d) (-2,2) e) (-5,1)
18. Los puntos A(4,-2); B(1,2) y C(5,5) son los vértices de un triángulo:
- a) Isósceles. b) Equilátero.
c) Rectángulo. d) Rectángulo Isósceles.
e) Oblicuángulo.
19. Hallar en el eje de ordenadas un punto A cuya distancia hasta el punto B(-8,13) sea igual a 17.
- a) (0,-1) b) (0,-2) c) (1,2)
d) (2,8) e) (0,-28)
20. Si P(a;a+1) es un punto que equidista de A(2,1) y B(-6,5). Hallar el valor de "a".
- a) 6 b) -6 c) 0
d) 1 e) -1
21. Se tienen dos vértices opuestos de un cuadrado (-5,8) y (1,2); determinar su centro de gravedad.
- a) (-1,3) b) (-2,3) c) (-2,5)
d) (-1,5) e) (1,3)
22. El centro de una circunferencia es $(-4, \sqrt{5})$, determinar su área si pasa por el origen de coordenadas (usar: $\pi = \frac{22}{7}$).
- a) $2 \mu^2$ b) $3 \mu^2$ c) $44 \mu^2$
d) $66 \mu^2$ e) $81 \mu^2$
23. Si P es punto medio de \overline{MN} ; M y N son puntos medios de AC y BC respectivamente, determine el radio vector del punto P; siendo A(-4,5); B(2,5) y C(6,-3).
- a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{10}$ c) $2\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{2}$ e) $\sqrt{15}$
24. Si (-5,3) es punto medio entre (x,0) y (0,y); calcular: $E = \sqrt{y-x}$.
- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6
25. Hallar las coordenadas de un punto "A" cuya distancia al origen es igual a 13u; sabiendo además que su ordenadas tiene 7u más que su abscisa. (Dar la suma de coordenadas).
- a) 17 b) 16 c) -17
d) a y b e) a y c
26. Si (2,3) es el punto medio del segmento \overline{AB} siendo A(-3,5) y B(a,b). Calcular: a+b.
- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9
27. El segmento que une A=(-2,1) con B=(2,2) se prolonga hasta C sabiendo que BC=3AB. Hallar las coordenadas de C.
- a) (14,11) b) (11,14) c) (1,7)
d) (14,-11) e) (-14,11)
28. Si un vértice de un triángulo ABC, es A=(1,3) y el baricentro del triángulo es G=(3,1). ¿Cuál es la suma de coordenadas del punto medio "M" opuesto al vértice "A"?
- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5
29. Dados dos vértices consecutivos de un cuadrado A(3; -7) y B(-1; 4), calcule su área.
- a) $127\mu^2$ b) $137\mu^2$ c) $147\mu^2$
d) $81\mu^2$ e) $100\mu^2$
30. Señale las coordenadas del punto "P" ubicado en el eje de abscisas que equidista de A(1; 5) y B(7; 3)
- a) $\left(\frac{7}{3}; 0\right)$ b) $\left(\frac{8}{3}; 0\right)$ c) $\left(\frac{4}{3}; 0\right)$
d) $\left(\frac{11}{2}; 0\right)$ e) $\left(\frac{11}{4}; 0\right)$
31. En un triángulo ABC, los vértices son A(3; -1), B(1; 5) y C(-1; -3). Calcule la longitud de la mediana relativa al lado BC.
- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{7}$ c) $2\sqrt{3}$
d) $\sqrt{13}$ e) $\sqrt{15}$
32. Si tres vértices consecutivos de un paralelogramo son A(-1; 1), B(1; 5) y C(9; 7). Halle la suma de coordenadas del cuarto vértice "D" opuesto a B.
- a) 5 b) 6 c) 9
d) 10 e) 12

33. Se traza un segmento desde $A(1;1)$ hasta $B(3;5)$. ¿Hasta qué punto "C" será necesario prolongarlo para que

$$\frac{AC}{6} = \frac{BC}{5} ?$$

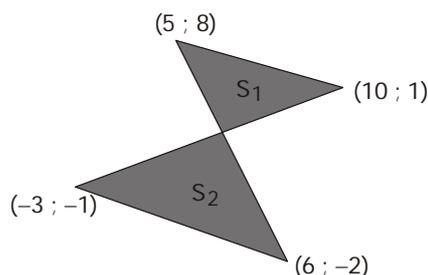
(Señale la suma de coordenadas de "C")

- a) 35 b) 38 c) 42
d) 23 e) 27
34. En un triángulo ABC se sabe que $A(3; 5)$ y el baricentro es $G(1; -3)$. Hallar la suma de coordenadas del punto medio de BC.
- a) - 3 b) - 5 c) - 7
d) 5 e) 7
35. Del esquema mostrado, determine las coordenadas del punto M.
Si: ABCD es un paralelogramo.



- a) $\left(-\frac{11}{2}; 8\right)$ b) $(-6; 5)$
c) $\left(-\frac{9}{2}; 5\right)$ d) $(-6; 4)$
e) $(-5; 7)$
36. Se tiene el triángulo formado por los vértices $A(1;9)$, $B(6; 8)$ y $C(-2; 4)$, calcule la superficie del triángulo.
- a) $35\mu^2$ b) $28\mu^2$ c) $14\mu^2$
d) $24\mu^2$ e) $40\mu^2$
37. Si $A(-1;3)$, $B(3;1)$ y $C(2;4)$, calcule el Seno del ángulo CAB.
- a) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ b) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

38. Del gráfico, halle : $S_2 - S_1$.



- a) $10\mu^2$ b) $10,5\mu^2$ c) $-6\mu^2$
d) $11,5\mu^2$ e) $12\mu^2$
39. Los puntos $P(-4;0)$; $Q(5; 3\sqrt{3})$, $R(x;0)$ son los vértices de un triángulo rectángulo recto en Q, la suma de los valores que indican el perímetro y el área del triángulo es:
- a) $18\sqrt{3} + 24$ b) $18 + 18\sqrt{3}$
c) $18 + 24\sqrt{3}$ d) $12 + 12\sqrt{3}$
e) $12\sqrt{6} + 6$
40. La base mayor de un trapecio isósceles une los puntos $(-2;8)$ y $(-2;-4)$. Uno de los términos de la base menor tiene por coordenadas $(3;-2)$. La distancia o longitud de la base menor es:
- a) 8 b) 6 c) 9
d) 12 e) 10
41. Un cuadrilátero tiene sus vértices en los puntos coordenados : $A(0;0)$, $B(2;2)$, $C(7;2)$ y $D(5;0)$

PROPOSICIÓN 1:

Si sólo los valores de las abscisas se multiplican por 2 entonces este cuadrilátero es semejante al original.

PROPOSICIÓN 2:

Si los valores de las abscisas y ordenadas se multiplican por un mismo número, entonces este cuadrilátero es semejante al original.

PROPOSICIÓN 3:

Si los valores de las abscisas se multiplican por 2 y las ordenadas por 3 entonces el área de este nuevo cuadrilátero es 5 veces mayor que el original.

- a) FVV b) FFV c) VFF
d) FFF e) VVF

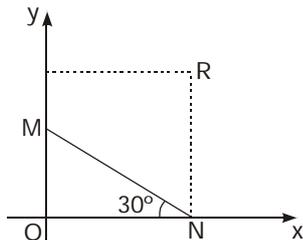
42. Los vértices de un cuadrado son $A(0 ; -3)$; $B(b_1 ; b_2)$, $C(3;4)$, $D(d_1 ; d_2)$.

Calcular el área del rectángulo cuyos vértices son los puntos B, P, D, Q donde $P(d_1 ; b_2)$ y $Q(b_1 ; d_2)$.

- a) 58 b) 29 c) 25
d) 21 e) 19,5

43. En la figura mostrada las coordenadas del punto R son $(6\sqrt{3} ; 8)$.

Hallar la distancia del baricentro de la región triangular MON al punto R.



- a) $2\sqrt{21}$ b) $\sqrt{21}$ c) $4\sqrt{21}$
d) 21 e) $2\sqrt{42}$

44. Si $A(-3;4)$, $B(4;5)$, $C(1;-4)$ son los vértices de un triángulo. Calcular las coordenadas del circuncentro del triángulo.

- a) $(1 ; 1)$ b) $(1 ; -1)$ c) $(2 ; -1)$
d) $(-3 ; -1)$ e) $(-1 ; -1)$

45. Sean los puntos del plano cartesiano: $A(3 ; 10)$, $B(13 ; 2)$, $C(0 ; a)$ y $D(b ; 0)$.

Hallar los valores de a y b de tal forma que la suma de las longitudes de los segmentos AC, CD y DB sea lo menor posible y dar como respuesta el valor de 12ab.

- a) 961 b) 828 c) 780
d) 1020 e) 605

46. Sean los puntos del plano cartesiano $A(1;2)$ $B(10;0)$ y $C(8;4)$. Desde el punto C se baja la perpendicular \overline{CP} al segmento AB, entonces las coordenadas de P son :

- a) $\left(1+9\left(\frac{6}{7}\right) ; 2-2\left(\frac{6}{7}\right)\right)$
b) $\left(1-9\left(\frac{59}{85}\right) ; 2-2\left(\frac{59}{85}\right)\right)$
c) $\left(1+9\left(\frac{59}{85}\right) ; 2-2\left(\frac{59}{85}\right)\right)$

d) $\left(1-9\left(\frac{6}{13}\right) ; 2+2\left(\frac{6}{13}\right)\right)$

e) $\left(1+9\left(\frac{6}{13}\right) ; 2+2\left(\frac{6}{13}\right)\right)$

47. Las coordenadas de los vértices A y B de un rectángulo ABCD son $(12 ; 3)$ y $(4 ; 9)$, respectivamente. Si el área de la región rectangular es $80u^2$, determinar la suma de las abscisas de los vértices C y D.

- a) 25 b) $\frac{126}{5}$ c) 26

- d) $\frac{127}{5}$ e) $\frac{128}{5}$

48. Si los puntos $(1 ; 6)$ y $(5 ; 2)$ son los vértices opuestos de un cuadrado, entonces el área del cuadrado es:

- a) No se puede determinar.
b) 50 c) 4
d) 16 e) 8

49. Los puntos $A(-2 ; 2)$, $B(0 ; 4)$, $C(C_1 ; C_2)$ son los vértices de un triángulo equilátero.

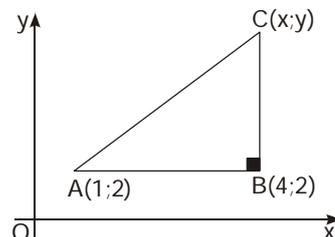
Si C está en el segundo cuadrante, entonces $\sqrt{3}(C_1 + C_2)$ vale:

- a) - 9 b) - 8 c) - 6
d) - 5 e) $2\sqrt{3}$

50. Dados los puntos $A(-2;-3)$, $B(2;1)$, $C(4;-9)$ y M punto medio de \overline{BC} , la distancia de M al segmento AC es:

- a) 2 b) $2\sqrt{2}$ c) 4
d) $4\sqrt{2}$ e) 6

51. En la gráfica, si $AC = 5$, la suma de las coordenadas de C es:



- a) 4 b) 10 c) 8
d) 6 e) 9

52. Los extremos de la base de un triángulo son los puntos $A(0 ; 0)$ y $B(3 ; 0)$.

Determinar la ordenada del vértice opuesto $C\left(\frac{1}{2} ; y\right)$

de tal manera que la medida del ángulo CAB es igual al doble de la medida del ángulo CBA.

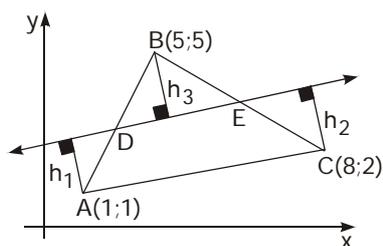
- a) $\sqrt{15}$ b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{15}}{4}$
 d) $\frac{\sqrt{15}}{6}$ e) $\frac{\sqrt{15}}{8}$

53. $A(a ; b)$, $B(a ; -b)$, $C(-a ; -b)$, $D(-a ; b)$ son los vértices de un rectángulo. Si: $P(x;y)$ cumple que $DP = 6\mu$, $CP = 7\mu$ y $BP = 5\mu$, entonces el valor de AP es:

- a) $\sqrt{5}\mu$ b) $2\sqrt{3}\mu$ c) 3μ
 d) 4μ e) $3\sqrt{2}\mu$

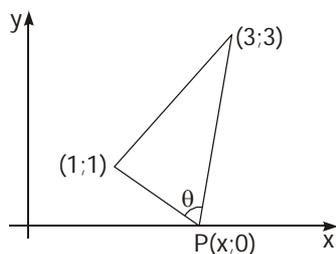
54. En el gráfico: $BD = 3AD$ y $EC = 2BE$.

Calcule: $W = \frac{h_2 - h_3}{h_1}$



- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) $\frac{2}{3}$

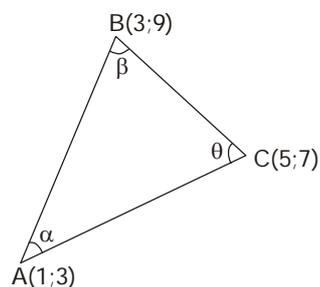
55. Del gráfico, calcule "x" si "θ" es máximo.



- a) $\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
 d) $2\sqrt{3}$ e) $\sqrt{6}$

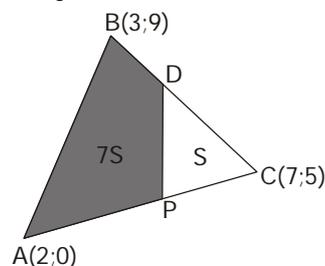
56. A partir del gráfico, calcule:

$$W = \frac{\text{Sen}^2\alpha + \text{Sen}^2\beta}{\text{Sen}^2\theta}$$



- a) 1 b) 2 c) 3
 d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{2}$

57. Del gráfico, halle la suma de coordenadas del punto "P". Si: $\frac{BD}{3} = \frac{DC}{5}$



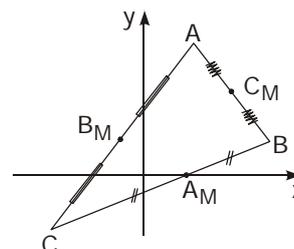
- a) 8 b) 10 c) 12
 d) 16 e) 7

58. De todos los puntos del plano cuya suma de distancia a los puntos $A(1;5)$ y $B(7;5)$ es igual a 10. Señale la suma de coordenadas de aquel punto de ordenada máxima.

- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 13 e) 14

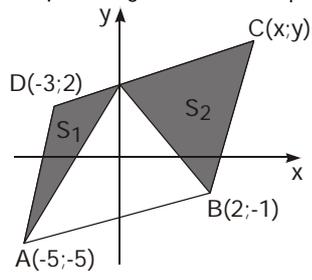
59. Señale las coordenadas del vértice C, del triángulo ABC, si las coordenadas de los vértices del triángulo formado al unir los puntos medios de sus lados son:

$A_M(-1;0)$, $B_M(-2;3)$ y $C_M(6;7)$



- a) (-9 ; -4) b) (-7 ; -2) c) (-10 ; -5)
 d) (-8 ; -5) e) (-6 ; -7)

60. Si ABCD es un paralelogramo, halle: $S_1 + S_2$



- a) $\frac{41}{4}\mu^2$
- b) $\frac{41}{2}\mu^2$
- c) $\frac{21}{2}\mu^2$
- d) $\frac{21}{4}\mu^2$
- e) $41\mu^2$

Claves

01.	<i>c</i>
02.	<i>c</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>d</i>
05.	<i>e</i>
06.	<i>b</i>
07.	<i>c</i>
08.	<i>c</i>
09.	<i>d</i>
10.	<i>c</i>
11.	<i>c</i>
12.	<i>b</i>
13.	<i>b</i>
14.	<i>b</i>
15.	<i>d</i>
16.	<i>e</i>
17.	<i>a</i>
18.	<i>d</i>
19.	<i>a</i>
20.	<i>b</i>
21.	<i>c</i>
22.	<i>d</i>
23.	<i>b</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>e</i>
26.	<i>d</i>
27.	<i>a</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>b</i>
30.	<i>b</i>

31.	<i>d</i>
32.	<i>d</i>
33.	<i>b</i>
34.	<i>c</i>
35.	<i>a</i>
36.	<i>c</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>c</i>
39.	<i>c</i>
40.	<i>a</i>
41.	<i>a</i>
42.	<i>d</i>
43.	<i>a</i>
44.	<i>a</i>
45.	<i>a</i>
46.	<i>c</i>
47.	<i>e</i>
48.	<i>d</i>
49.	<i>e</i>
50.	<i>b</i>
51.	<i>b</i>
52.	<i>b</i>
53.	<i>b</i>
54.	<i>c</i>
55.	<i>e</i>
56.	<i>a</i>
57.	<i>b</i>
58.	<i>d</i>
59.	<i>a</i>
60.	<i>b</i>