

Capítulo 15

ECUACIONES E INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Son igualdades condicionales donde la variable (x) o arcos de la forma (ax + b) se encuentran afectados de algún operador trigonométrico como el seno, coseno, etc.

Es de la forma : $\boxed{\text{F.T. (ax + b) = N}}$ (*)

Donde el valor principal (Vp) es el valor del ángulo o arco (ax + b) definido en el "**rango**" de la función trigonométrica inversa.

De (*) : $\boxed{\text{Vp = Arc F.T. (N)}}$

Además N debe pertenecer al dominio de la función trigonométrica; a y b son constantes reales con $a \neq 0$.
Ejemplo : De las ecuaciones trigonométricas elementales, con sus respectivos valores principales :

$$* \quad \text{Sen}3x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{Vp} = \text{ArcSen}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$* \quad \text{Cos}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Vp} = \text{ArcCos}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$* \quad \text{Tan}\left(\frac{3x}{5} - \frac{\pi}{8}\right) = -1 \Rightarrow \text{Vp} = \text{ArcTan}(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

EXPRESIONES GENERALES DE TODOS LOS ARCOS QUE TIENEN LA MISMA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	
Si : $\text{Sen}x = N \Rightarrow$	$x = K\pi + (-1)^K \text{Vp}$	$; \forall k \in \mathbb{Z}$
Obs : $\text{Vp} = \text{ArcSen}(N)$		

ECUACIÓN	SOLUCIÓN	
Si : $\text{Cos}x = N \Rightarrow$	$x = 2K\pi \pm \text{Vp}$	$; \forall K \in \mathbb{Z}$
Obs : $\text{Vp} = \text{ArcCos}(N)$		

ECUACIÓN	SOLUCIÓN
Si : $\text{Tan}x = N \Rightarrow x = K\pi + Vp$	

; $\forall K \in \mathbb{Z}$

Obs : $Vp = \text{ArcTan}(N)$

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Inecuación Trigonométrica : Es una desigualdad condicional que involucra funciones trigonométricas por lo menos una.

Ejemplos :

- * $\text{Sen}2x > \text{Cos}x$
- * $\text{Tan}2x + \text{Cot}2x > \text{Csc}x$
- * $\text{Sen}^3x \text{Cos}x + \text{Sen}x \text{Cos}^3x > \frac{1}{4}$
- * $\text{Sen}2x < \frac{1}{3}$

Inecuación Trigonométrica Elemental : Una inecuación trigonométrica se llamará elemental, cuando es de la forma :

$F.T.(Kx + \theta) \gtrless a, x : \text{incógnita}$
--

Ejemplos :

- * $\text{Sen}x > \frac{1}{2}$
- * $\text{Cos}2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$
- * $\text{Tan}3x \leq 1$

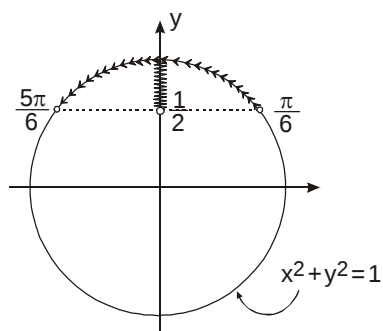
Resolución de una Inecuación Trigonométrica Elemental :

Se estila seguir dos métodos :

Resolver : $\text{Sen}x > \frac{1}{2}$

Método I :

En la circunferencia trigonométrica, ubicamos todos los arcos "x" cuyos senos sean mayores que $\frac{1}{2}$, así :



$$\text{Sen} x > \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$$

El conjunto solución general será :

$$\frac{\pi}{6} + 2n\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2n\pi ; n \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \left\langle \frac{\pi}{6} + 2n\pi ; \frac{5\pi}{6} + 2n\pi \right\rangle ; n \in \mathbb{Z}$$

Método II :

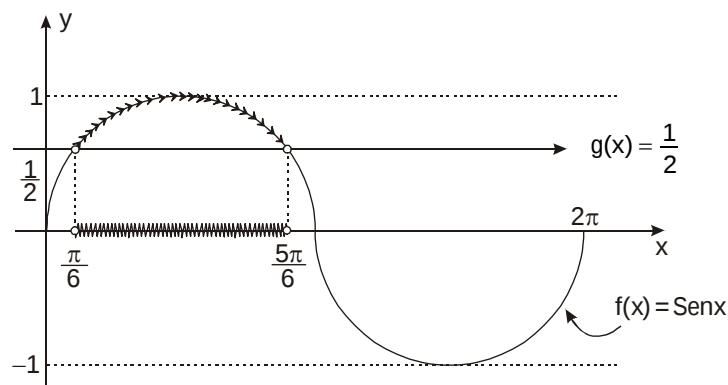
Graficamos en un mismo sistema coordenado las funciones :

$$f(x) = \text{Sen} x \quad \wedge \quad g(x) = \frac{1}{2}$$

Los puntos de intersección en un periodo del $\text{Sen} x$: osea en $[0 ; 2\pi]$, se obtienen con :

$$f(x) = g(x) \rightarrow \text{Sen} x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6} \quad \vee \quad x = \frac{5\pi}{6}$$



EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Sume las dos primeras soluciones positivas de:

$$\operatorname{Sen} 2x = \frac{1}{2}$$

- a) 180° b) 360° c) 90°
d) 270° e) 135°

02. Sume las dos primeras soluciones positivas de :

$$\operatorname{Cos} 3x = \frac{1}{2}$$

- a) 120° b) 240° c) 300°
d) 260° e) 270°

03. Sume las dos primeras soluciones positivas de :

$$\operatorname{Tan}(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$$

- a) 170° b) 180° c) 200°
d) 210° e) 150°

04. Si : x_1 y x_2 son los dos primeros valores positivos de "x" que verifican :

$$2\operatorname{Sen}^2 x + \operatorname{Cos} x = 1,$$

calcule : $\operatorname{Sen}(x_2 - x_1)$,

si : $x_1 < x_2$

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1
d) $-\frac{1}{2}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

05. Resolver :

$$(\operatorname{Sen} 4x + \operatorname{Cos} 4x)(\operatorname{Sen} x + \operatorname{Cos} x) = 1 + \operatorname{Sen} 5x$$

Indique la suma de los tres primeros valores positivos de "x"

- a) 2π b) 3π c) π
d) $\frac{7\pi}{3}$ e) 4π

06. Sume las tres primeras soluciones positivas de la ecuación :

$$\operatorname{Sen} 5x + \operatorname{Sen} 3x = \sqrt{3}(\operatorname{Cos} 5x + \operatorname{Cos} 3x)$$

- a) 135° b) 180° c) 165°
d) 160° e) 210°

07. Señale la suma de las dos menores soluciones positivas de la ecuación :

$$\operatorname{Sen}^2 x + \operatorname{Sen}^4 x + \operatorname{Cos}^4 x = 1$$

- a) 90° b) 180° c) 270°
d) 225° e) 135°

08. Resolver :

$$\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{Sen}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{Tan}^2 x} - \frac{1}{\operatorname{Cot}^2 x} = 1$$

Luego, señale la suma de las dos primeras soluciones positivas.

- a) 90° b) 135° c) 180°
d) 225° e) 270°

09. Al resolver la ecuación :

$$\frac{\operatorname{Cos} 4x}{\operatorname{Cos} 2x} - \frac{\operatorname{Sen} 4x}{\operatorname{Sen} 2x} = 2\operatorname{Cos} \pi$$

Luego, señale la menor solución positiva.

- a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$
d) $\frac{\pi}{8}$ e) $\frac{\pi}{12}$

10. Resolver :

$$\operatorname{Sen} x \operatorname{Cos} y = \frac{4}{5} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\operatorname{Sen} y \operatorname{Cos} x = \frac{1}{5} \quad \dots\dots\dots (2)$$

Para : $x, y \in \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$

- a) $x = 63^\circ 30'$; $y = 26^\circ 30'$
b) $x = 53^\circ$; $y = 37^\circ$
c) $x = 71^\circ 30'$; $y = 18^\circ 30'$
d) $x = 67^\circ 30'$; $y = 22^\circ 30'$
e) $x = 60^\circ$; $y = 30^\circ$

11. Resolver :

$$\operatorname{Cos}(2\operatorname{Arc} \operatorname{Cos} x) = \frac{1}{2}$$

- a) $\left\{ \pm \frac{1}{2} \right\}$ b) $\left\{ \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$
c) $\left\{ \pm \frac{1}{2} ; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ d) $\left\{ \pm 1 ; \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$
e) $\left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

12. Resolver :

$$\operatorname{Sen} 2x = \operatorname{Cos} \frac{\pi}{9} ; \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$a) \left\{ n\pi - (-1)^n \frac{5\pi}{18} \right\} \quad b) \left\{ \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{7\pi}{36} \right\}$$

$$c) \left\{ n\pi - (-1)^n \frac{7\pi}{18} \right\} \quad d) \left\{ 2n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{9} \right\}$$

$$e) \left\{ \frac{n\pi}{2} - (-1)^n \frac{5\pi}{18} \right\}$$

13. Resolver :

$$2\cos 5x \cdot \cos x - \cos 6x = 1 \quad ; \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$a) \{2n\pi\} \quad b) \{4n\pi\}$$

$$c) \{n\pi\} \quad d) \left\{ \frac{n\pi}{2} \right\}$$

$$e) \left\{ \frac{n\pi}{4} \right\}$$

14. Resolver : $\sec x = 6\sin x \quad ; \quad n \in \mathbb{Z}$

$$a) \left\{ n\pi + \frac{(-1)^n}{2} \operatorname{ArcSen} \frac{1}{6} \right\}$$

$$b) \left\{ \frac{n\pi}{2} + \frac{(-1)^n}{2} \operatorname{ArcSen} \frac{1}{6} \right\}$$

$$c) \left\{ n\pi + \frac{(-1)^n}{2} \operatorname{ArcSen} \frac{1}{3} \right\}$$

$$d) \left\{ \frac{n\pi}{2} + \frac{(-1)^n}{2} \operatorname{ArcSen} \frac{1}{3} \right\}$$

$$e) \left\{ \frac{n\pi}{2} + \frac{(-1)^n}{2} \operatorname{ArcSen} \frac{2}{3} \right\}$$

15. Resolver en el intervalo de $[0 ; 2\pi]$ la inecuación :

$$\sin x \geq \frac{1}{2}$$

$$a) \left\langle \frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right] \quad b) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right]$$

$$c) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right) \quad d) \left[\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right]$$

$$e) \left\langle \frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right]$$

16. Resolver en el intervalo de $\langle 0 ; 2\pi \rangle$ la inecuación :

$$-\frac{1}{2} < \cos x \leq \frac{1}{2}$$

$$a) \left[\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right] \cup \left\langle \frac{4\pi}{3} ; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$$

$$b) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right] \cup \left\langle \frac{7\pi}{6} ; \frac{11\pi}{6} \right\rangle$$

$$c) \left[\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right] \cup \left\langle \frac{4\pi}{3} ; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$$

$$d) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right] \cup \left\langle \frac{7\pi}{6} ; \frac{11\pi}{6} \right\rangle$$

$$e) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{2\pi}{3} \right] \cup \left\langle \frac{7\pi}{6} ; \frac{5\pi}{3} \right\rangle$$

17. Resolver en el intervalo de $\langle 0 ; \pi \rangle$ la inecuación :

$$\tan^2 x - \tan x > 0$$

$$a) \left\langle \frac{\pi}{4} ; \frac{\pi}{2} \right\rangle \quad b) \left\langle 0 ; \frac{\pi}{4} \right\rangle$$

$$c) \left\langle \frac{\pi}{4} ; \pi \right\rangle - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \quad d) \left\langle \frac{\pi}{2} ; \pi \right\rangle$$

$$e) \left\langle \frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right\rangle - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

18. Resolver :

$$\frac{\sqrt{2}\cos x - 1}{2\sin x + \cos x + 7} > 0$$

$$\text{Para : } x \in [0 ; \pi]$$

$$a) \left\langle \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{4} \right\rangle \quad b) \left\langle \frac{\pi}{4} ; \pi \right\rangle$$

$$c) \left\langle \frac{3\pi}{4} ; \pi \right\rangle \quad d) \left[0 ; \frac{\pi}{4} \right)$$

$$e) \left\langle \frac{\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4} \right\rangle$$

19. Resolver :

$$\sin^3 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \cos^3 \frac{x}{2} \geq \frac{1}{4}$$

en el intervalo de $\langle 0 ; 2\pi \rangle$

$$a) \left\langle \frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right\rangle \quad b) \left\langle \frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$$

$$c) \left[\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} \right] \quad d) \left[\frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right]$$

$$e) \left\langle 0 ; \frac{\pi}{6} \right] \cup \left[\frac{5\pi}{6} ; \pi \right]$$

20. Resolver en $\langle 0 ; 2\pi \rangle$

$$\text{Sen}2x > \text{Cos}x$$

- a) $\langle \frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2} \rangle$ b) $\langle \frac{5\pi}{6} ; \frac{3\pi}{2} \rangle$
 c) $\langle \frac{7\pi}{6} ; 2\pi \rangle$ d) $a \cup b$
 e) $a \cup c$

21. Dada la ecuación :

$$\text{Cos}x + \text{Cos}2x + \text{Cos}3x = 0,$$

hallar la suma de todas las soluciones de dicha ecuación, si estas soluciones están comprendidas entre 0 y 2π (radianes).

- a) π b) 2π c) 4π
 d) 3π e) 6π

22. Al resolver el sistema :

$$\begin{cases} 2\text{Sen}x + 3\text{Tan}y = 4\sqrt{3} \\ 6\text{Sen}x - \text{Tan}y = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

se obtiene que la solución en el primer cuadrante es :

- a) $x = 45^\circ$, $y = 45^\circ$
 b) $x = 60^\circ$, $y = 30^\circ$
 c) $x = 30^\circ$, $y = 60^\circ$
 d) $x = 60^\circ$, $y = 45^\circ$
 e) $x = 60^\circ$, $y = 60^\circ$

23. Al resolver la ecuación :

$$\text{Sen}2x = \text{Cos}^2x \cdot \text{Tan}x \text{Csc}x ,$$

calcular la diferencia entre dos de dichas soluciones :

- a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{12}$
 d) $\frac{2\pi}{15}$ e) $\frac{3\pi}{4}$

24. Resolver la siguiente ecuación :

$$2\text{Sen}x\text{Cos}2x - 2\text{Cos}2x - \text{Sen}x + 1 = 0$$

- a) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{8}$ b) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$
 c) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}$ d) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$
 e) $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$

25. Hallar "x" en :

$$\text{Sen}40^\circ \text{Sen}x = \text{Cos}40^\circ \text{Cos}x - 2\text{Cos}20^\circ \text{Cos}x$$

- a) 130° b) 150° c) 60°
 d) 135° e) 120°

26. Al resolver la ecuación $3\tan^2\alpha = 1$ donde $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, la suma de todas sus soluciones es :

- a) 2π b) 3π c) 4π
 d) 5π e) 6π

27. La suma de las soluciones, en el intervalo $[0^\circ ; 360^\circ]$ de la ecuación :

$$\sqrt{2}\text{Sen}2x = \text{Sen}x + \text{Cos}x \text{ es :}$$

- a) 450° b) 495° c) 600°
 d) 945° e) 1170°

28. La afirmación que cumple con la siguiente inecuación:

$$\sqrt{3}\text{Sen}x + \sqrt{2}\text{Cos}x < \sqrt{3}$$

- a) $x < \text{Arc Sen}\left(\frac{1}{5}\right)$
 b) $\text{Cos}x > \frac{2}{5}\sqrt{6}$
 c) $\text{Sen}x < \sqrt{\frac{2}{3}}$
 d) $\pi < x < \text{Arc Sen}\left(\frac{1}{5}\right) + 2\pi$
 e) $\pi < x < \frac{9\pi}{4}$

29. Si x_1 y x_2 son dos soluciones de la ecuación : $5\text{Cos}x - 4\text{Sen}x = 4$, entonces el valor de :

$$\text{Sen}x_1 + \text{Sen}x_2 + \text{Sen}x_1\text{Sen}x_2 \text{ es :}$$

- a) 0 b) -1 c) 1
 d) $1 + \sqrt{2}$ e) $-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

30. Dada la función f cuya regla de correspondencia es :
 $f(x) = \text{Cos}x - \text{Sen}2x$

En la que x varía : $-\pi \leq x \leq 2\pi$

El número de intersecciones de la función $y = f(x)$ con el eje de abscisas es :

- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 7

31. Resolver la desigualdad :

$$\text{Sen}2x > \text{Sen}x, \quad 0 < x < \pi$$

- a) $\left[0 ; \frac{\pi}{3}\right]$ b) $\left[0 ; \frac{\pi}{3}\right]$
 c) $\left\langle 0 ; \frac{\pi}{3}\right\rangle$ d) $\left\langle 0 ; \frac{\pi}{3}\right\rangle$

e) $\langle 0 ; \pi \rangle$

32. Calcular la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica, si $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$

$$\sqrt{3}\cos x = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$$

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $-\frac{\pi}{2}$ c) $-\frac{\pi}{3}$
d) $\frac{\pi}{3}$ e) π

33. Resolver la ecuación :

$$\tan 2x + \cot x = 8\cos^2 x$$

NOTA : K es un número entero.

- a) $\frac{K\pi}{4} + (-1)^k \frac{\pi}{3}$
b) $\frac{K\pi}{4} + (-1)^k \frac{\pi}{6}$
c) $\frac{K\pi}{4} + (-1)^k \frac{\pi}{12}$
d) $\frac{K\pi}{4} + (-1)^k \frac{\pi}{24}$
e) $\frac{K\pi}{4} + (-1)^k \frac{\pi}{48}$

34. Hallar el menor ángulo en el intervalo $\left[\frac{7\pi}{3} ; \frac{11\pi}{3}\right]$ que satisface la ecuación :

$$2\tan^2 x + 3\sec x = 0$$

- a) $\frac{10\pi}{3}$ b) $\frac{2\pi}{3}$ c) $\frac{4\pi}{3}$
d) 0 e) $\frac{8\pi}{3}$

35. Determinar la suma de todas las soluciones de la ecuación :

$$\frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{\sin x - 1}$$

Que se encuentran en el intervalo $[0 ; \pi]$

- a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{4}$ c) $\frac{\pi}{3}$
d) 0 e) π

36. Resolver la ecuación :

$$\sin 2x + 5\sin x + 5\cos x + 1 = 0$$

- a) $\frac{\pi}{4} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$
b) $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$
c) $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$
d) $-\frac{\pi}{4} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$
e) $-\frac{3\pi}{4} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

37. Resolver la ecuación :

$$\sin 4x + 3\sin 2x = \tan x$$

- a) $\frac{k\pi}{3} ; k \in \mathbb{Z}$
b) $2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$
c) $\left(k\pi + \frac{\pi}{3}\right) ; k \in \mathbb{Z}$
d) $\frac{k\pi}{6} ; k \in \mathbb{Z}$
e) $\frac{k\pi}{4} ; k \in \mathbb{Z}$

38. Resolver e indicar el número de soluciones en $\langle 0 ; 2\pi \rangle$ de la ecuación :

$$\cos x = (2 - \tan x)(1 + \sin x)$$

- a) 2 b) 3
c) 4 d) 1
e) No existen soluciones.

39. Si k es un número entero, las soluciones de la ecuación:

$$\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \sec^2 x \text{ son :}$$

- a) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ b) $k\pi + \frac{\pi}{4}$
c) $k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{3}$ d) $k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{6}$
e) $2k\pi + \frac{\pi}{6}$

40. El ángulo θ en grados, que satisface la ecuación :

$$3\sqrt{2}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sqrt{1 + \cos\theta} = -\sqrt{6}$$

Pertenece al intervalo :

- a) $\theta \in (180^\circ ; 240^\circ)$

- b) $\theta \in \langle 120^\circ ; 135^\circ \rangle$
 c) $\theta \in \langle -300^\circ ; 300^\circ \rangle$
 d) $\theta \in \langle 90^\circ ; 120^\circ \rangle$
 e) $\theta \in \langle 240^\circ ; 270^\circ \rangle$

41. El número de elementos del conjunto :
 $F = \{x \in [0 ; 2\pi] / \cos 2x \sec x + \sec x + 1 = 0\}$
 es :

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

42. Resolver la siguiente ecuación trigonométrica :

$$\cot \frac{x}{2} = \sec x + \cot x$$

- a) $\frac{1}{2}(2k+1)\pi$ b) $\frac{1}{3}(2k+1)\pi$
 c) $\frac{1}{4}(2k+1)\pi$ d) $\frac{1}{2}(4k+1)\pi$
 e) $\frac{1}{2}(4k+3)\pi$

43. Indique una solución general para la ecuación :
 $4\cos x \cos 2x \cos 3x = 1$

- a) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$
 b) $k\pi \pm \frac{\pi}{2}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$
 c) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$
 d) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$
 e) $k\pi \pm \frac{\pi}{8}$; $\forall k \in \mathbb{Z}$

44. Sea : $0 < x < \frac{\pi}{2}$; $0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}$

Entonces el intervalo en el que x satisface la igualdad :
 $\tan y = 2\sec x$ es :

- a) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ b) $0 < x < \frac{\pi}{6}$
 c) $0 \leq x < \frac{\pi}{6}$ d) $0 < x \leq \frac{\pi}{6}$

e) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

45. En el intervalo $[0 ; 2\pi]$, para qué valores de α , se cumple la siguiente desigualdad:

$$\sec \alpha > \tan \alpha$$

- a) $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2} ; \frac{7\pi}{4}\right]$
 b) $\left[0 ; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2} ; 2\pi\right]$
 c) $\left(\frac{3\pi}{2} ; 2\pi\right]$
 d) $\left(\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}\right)$
 e) $\left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2} ; 2\pi\right]$

46. Para qué valores de $x \in \langle 0 ; \pi \rangle$, se cumple:

$$\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \cos\left(\frac{2x}{3}\right) < 0$$

- a) $\langle 0 ; \pi \rangle$ b) $\left\langle 0 ; \frac{\pi}{3} \right\rangle$
 c) $\left\langle 0 ; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ d) $\left\langle 0 ; \frac{2\pi}{3} \right\rangle$
 e) $\left\langle \frac{2\pi}{3} ; \pi \right\rangle$

47. Calcule la mayor solución negativa de la ecuación :

$$\tan x = \tan\left(x + \frac{\pi}{18}\right) \tan\left(x + \frac{\pi}{9}\right) \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

- a) $-\frac{\pi}{9}$ b) $-\frac{2\pi}{9}$ c) $-\frac{4\pi}{9}$
 d) $-\frac{5\pi}{9}$ e) $-\frac{17\pi}{36}$

48. Resuelva :

$$(\tan 2x + \cot 2x)^2 + |\tan 2x + \cot 2x| = 6$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

- a) $\left\{\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right\}$ b) $\left\{\frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}\right\}$
 c) $\left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$ d) $\left\{k\pi - \frac{\pi}{16}\right\}$
 e) $\left\{\frac{k\pi}{8} \pm \frac{\pi}{8}\right\}$

49. Resolver :

$$\cos^4 \frac{9x}{2} - \cos^4 \frac{3x}{2} = \sin^4 \frac{9x}{2} - \sin^4 \frac{3x}{2}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

a) $\left\{ (4k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$ b) $\left\{ \frac{k\pi}{6} \right\}$

c) $\left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$ d) $\left\{ \frac{k\pi}{12} \right\}$

e) $\left\{ (4k+1)\frac{\pi}{12} \right\}$

50. Halle el menor valor positivo que resuelve la ecuación trigonométrica :

$$\cos 6x + 3 = 4\cos^2 2x$$

a) $\frac{\pi}{15}$ b) $\frac{\pi}{12}$ c) $\frac{\pi}{5}$

d) $\frac{\pi}{4}$ e) $\frac{\pi}{6}$

51. Resuelva la ecuación :

$$\frac{1}{3} + \cos^2 x = \frac{28}{9} |\cos x|$$

e indique la suma de soluciones en el intervalo de $(0 ; 2\pi)$

a) 5π b) 4π c) 6π

d) $\frac{9\pi}{2}$ e) $\frac{7\pi}{2}$

52. Si : $x_1 = \sin \frac{\pi}{14}$ es una raíz de :

$$f(x) = 8x^3 - 4x^2 - 4x + n,$$

calcule "n"

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{7}$

d) -1 e) $-\sqrt{7}$

53. Resolver la ecuación :

$$2\tan 3x - 3\tan 2x = \tan^2 2x \tan 3x$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

a) $\left\{ n\pi + \frac{\pi}{3} \right\}$ b) $\left\{ n\pi + \frac{\pi}{6} \right\}$

c) $\left\{ 2n\pi + \frac{\pi}{6} \right\}$ d) $\{n\pi\}$

e) $\{2n\pi\}$

54. Resolver :

$$\tan 5x \tan x = \tan 2x \tan 3x$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

a) $\left\{ \frac{k\pi}{6} \pm \frac{\pi}{24} \right\}$ b) $\left\{ \frac{k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18} \right\}$

c) $\left\{ \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{24} \right\}$ d) $\left\{ \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9} \right\}$

e) $\left\{ \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{12} \right\}$

55. Si : $x_1 \wedge x_2$ son las dos menores soluciones positivas de la ecuación :

$$3 - 5\tan^2 x = \tan^2 5x (5 - 3\tan^2 x)$$

Tal que : $x_1 < x_2$,

halle : $\frac{x_2}{x_1}$

a) 3 b) 6 c) 4
d) 8 e) 5

56. Resolver :

$$\sin^2 x + \cos^3 x = \frac{23}{27}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

a) $\left\{ 2k\pi \pm \arccos \frac{1}{3} \right\}$

b) $\left\{ 2k\pi \pm \arccos \frac{2}{3} \right\}$

c) $\left\{ k\pi + (-1)^k \arcsin \frac{2}{3} \right\}$

d) $\left\{ k\pi + (-1)^k \arcsin \frac{1}{3} \right\}$

e) $\left\{ 2k\pi \pm \arctan \frac{1}{3} \right\}$

57. Resolver :

$$8\sin^4 x = \cos 4x \quad ; \quad n \in \mathbb{Z}$$

a) $\left\{ n\pi \pm \arccos \frac{3}{4} \right\}$

b) $\left\{ n\pi \pm \frac{1}{2} \arccos \frac{3}{4} \right\}$

c) $\left\{ \frac{n\pi}{2} \pm \arccos \frac{3}{4} \right\}$

d) $\left\{ \frac{n\pi}{2} \pm \frac{1}{2} \text{ArcCos} \frac{3}{4} \right\}$

e) $\left\{ \frac{n\pi}{4} \pm \frac{1}{2} \text{ArcCos} \frac{3}{4} \right\}$

58. Si el determinante de la matriz :

$$C = \begin{bmatrix} \text{Sen}x & \text{Sen}3x & \text{Sen}5x \\ \text{Sen}2x & \text{Sen}4x & \text{Sen}6x \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Es : $0,5\text{Sen}2x$

Hallar "x" ($n \in \mathbb{Z}$)

a) $\left\{ \frac{n\pi}{2} \right\}$ b) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} \right\}$

c) $\left\{ n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{6} \right\}$ d) a y b

e) a y c

59. Resolver :

$$13(1 + \text{Sen}x + \text{Cos}x) + \text{Sen}2x = 0$$

$n \in \mathbb{Z}$

a) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} \right\}$

b) $\left\{ n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{4} \right\}$

c) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2} \right\}$

d) $\left\{ n\pi - (-1)^n \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right\}$

e) $\left\{ n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right\}$

60. Resuelva :

$$\sqrt{\text{Sen}^2 \frac{x}{2}} - \text{Sen} \frac{x}{4} = 0$$

e indique como respuesta la suma de soluciones en $\langle 0 ; 8\pi \rangle$

a) 12π b) 16π c) 20π

d) 15π e) 28π

Claves

01.	c
02.	a
03.	b
04.	d
05.	e
06.	c
07.	b
08.	c
09.	b
10.	a
11.	b
12.	b
13.	d
14.	d
15.	b
16.	c
17.	c
18.	e
19.	c
20.	d
21.	e
22.	e
23.	a
24.	d
25.	e
26.	c
27.	b
28.	d
29.	b
30.	c

31.	c
32.	c
33.	d
34.	e
35.	d
36.	d
37.	a
38.	a
39.	b
40.	c
41.	b
42.	a
43.	c
44.	d
45.	b
46.	c
47.	c
48.	a
49.	b
50.	b
51.	b
52.	a
53.	d
54.	b
55.	c
56.	b
57.	b
58.	c
59.	d
60.	c