

# Capítulo 2

## RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO - II

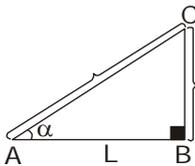
\* **CÁLCULO DE LADOS:** Es el procedimiento mediante el cual se determinan los lados faltantes de un triángulo rectángulo, en términos de un lado que sí se conoce; y de un ángulo agudo que también se conoce.

**Criterio:**

$$\frac{\text{Lado desconocido}}{\text{Lado conocido}} = \text{R.T.} (\angle \text{ conocido})$$

**Casos:**

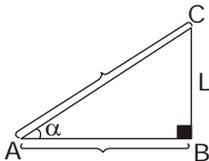
1.



$$\text{I) } \frac{BC}{L} = \text{Tan } \alpha \Rightarrow BC =$$

$$\text{II) } \frac{AC}{L} = \quad \Rightarrow AC =$$

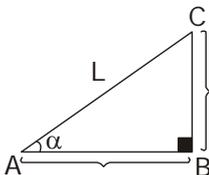
2.



$$\text{I) } \frac{AB}{L} = \text{Cot } \alpha \Rightarrow AB =$$

$$\text{II) } \frac{AC}{L} = \quad \Rightarrow AC =$$

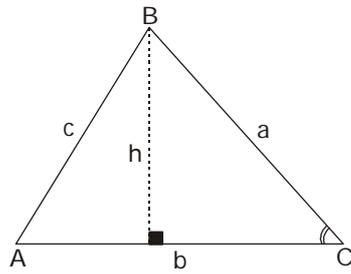
3.



$$\text{I) } \frac{BC}{L} = \text{Sen } \alpha \Rightarrow BC =$$

$$\text{II) } \frac{AB}{L} = \quad \Rightarrow \quad =$$

- \* **SUPERFICIE DE UN TRIÁNGULO:** La superficie de un triángulo se puede calcular como el semiproducto de las medidas de dos de sus lados, multiplicados por el Seno del ángulo que forman dichos lados.



Sabemos:  $S_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2}$

pero:  $h = a \text{Sen} C$

luego:  $S_{ABC} = \frac{b \cdot a \text{Sen} C}{2}$

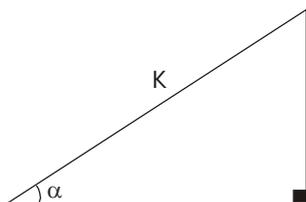
$$S_{ABC} = \frac{ab}{2} \text{Sen} C$$

Análogamente

$$S_{ABC} = \frac{ac}{2} \text{Sen} B \quad S_{ABC} = \frac{bc}{2} \text{Sen} A$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Hallar el área del triángulo, de la figura mostrada:

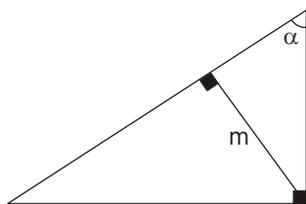


- a)  $K^2 \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$
- b)  $(K^2 / 2) \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$
- c)  $(K^2 / 3) \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$
- d)  $(K^2 / 4) \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$
- e)  $(K^2 / 5) \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$

02. En un triángulo isósceles ABC ( $AB=BC$ ) se sabe que los ángulos congruentes miden " $\alpha$ " mientras que el lado desigual mide "L". Hallar uno de los lados congruentes.

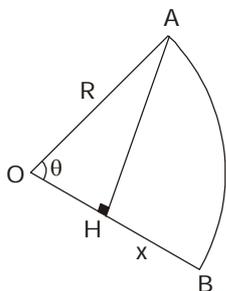
- a)  $\frac{L}{2} \text{Sec}\alpha$
- b)  $\frac{L}{2} \text{Csc}\alpha$
- c)  $\frac{L}{2} \text{Tg}\alpha$
- d)  $\frac{L}{2} \text{Ctg}\alpha$
- e)  $\frac{L}{2} \text{Cos}\alpha$

03. Obtener "x", en:



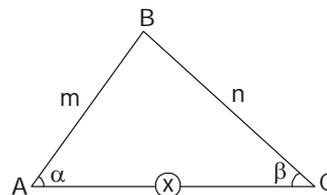
- a)  $m \text{Sen}\alpha$
- b)  $m \text{Cos}\alpha$
- c)  $m \text{Sec}\alpha$
- d)  $m \text{Csc}\alpha$
- e)  $m \text{Tg}\alpha$

04. Obtener "x"



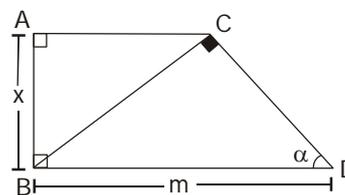
- a)  $R(1 - \text{Sen}\theta)$
- b)  $R(\text{Sec}\theta - 1)$
- c)  $R(1 - \text{Cos}\theta)$
- d)  $R(\text{Csc}\theta - 1)$
- e)  $R(1 - \text{Tg}\theta)$

05. En la figura, halla "x".



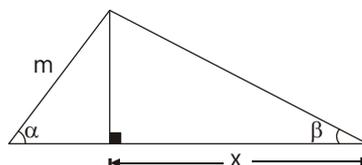
- a)  $m \text{Sen}\alpha + n \text{Cos}\beta$
- b)  $m \text{Cos}\alpha + n \text{Cos}\beta$
- c)  $m \text{Cos}\alpha + n \text{Sen}\beta$
- d)  $m \text{Sec}\alpha + n \text{Sec}\beta$
- e)  $m \text{Sen}\alpha + n \text{Sec}\beta$

06. Halla "x" en:



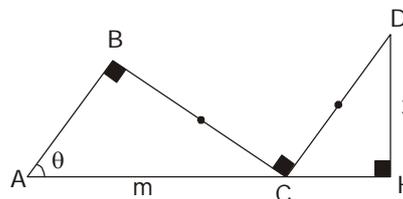
- a)  $m \text{Sec}\alpha \text{Tg}\alpha$
- b)  $m \text{Cos}\alpha \text{Csc}\alpha$
- c)  $m \text{Cos}\alpha \text{Ctg}\alpha$
- d)  $m \text{Sen}\alpha \text{Cos}\alpha$
- e)  $m \text{Tg}\alpha$

07. Halla "x":



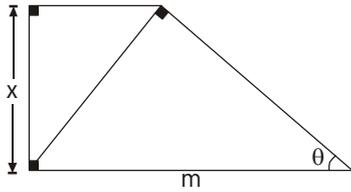
- a)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cot}\beta$
- b)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Tan}\beta$
- c)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Sen}\beta$
- d)  $m \text{Cos}\alpha \cdot \text{Cot}\beta$
- e)  $m \text{Cos}\alpha \cdot \text{Tan}\beta$

08. Hallar "x":



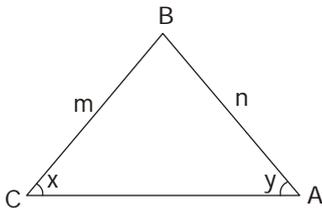
- a)  $m \text{Sen}^2\theta$
- b)  $m \text{Cos}^2\theta$
- c)  $m \text{Sen}\theta \text{Cos}\theta$
- d)  $m \text{Sen}\theta \text{Tg}\theta$
- e)  $m \text{Sec}\theta \text{Csc}\theta$

09. Hallar "x", de la figura:



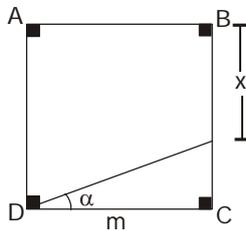
- a)  $m \text{Sen}\theta \cdot \text{Cos}\theta$       b)  $\text{Sen}\theta \cdot \text{Cos}\theta$   
 c)  $m \text{Sen}\theta$                   d)  $m \text{Cos}\theta$   
 e)  $m \text{Tg}\theta$

10. Del gráfico, hallar:  $\overline{AC}$ .



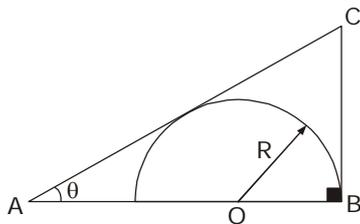
- a)  $m \text{Sen}x + n \text{Sen}y$                   b)  $m \text{Cos}x + n \text{Sen}y$   
 c)  $n \text{Sen}x + m \text{Cos}y$                   d)  $m \text{Cos}x + n \text{Cos}y$   
 e)  $m \text{Sen}y + n \text{Cos}x$

11. Del gráfico, hallar "x", si: ABCD es cuadrado.



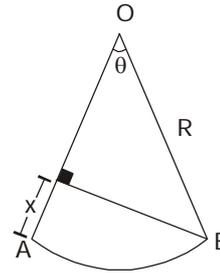
- a)  $m(1 - \text{Sen}\alpha)$       b)  $m(1 - \text{Cos}\alpha)$   
 c)  $m(1 - \text{Tg}\alpha)$       d)  $m(1 - \text{Ctg}\alpha)$   
 e)  $m(\text{Tg}\alpha - \text{Ctg}\alpha)$

12. Obtener "AB":



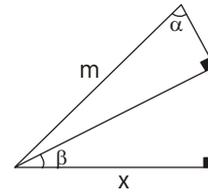
- a)  $R(\text{Csc}\theta + \text{Ctg}\theta)$       b)  $R(1 + \text{Ctg}\theta)$   
 c)  $R(1 + \text{Csc}\theta)$           d)  $R(1 + \text{Sen}\theta)$   
 e)  $2R + 1$

13. Hallar "x", siendo "O" centro del sector AOB.



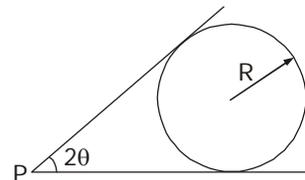
- a)  $R \text{Sen}\theta$                                   b)  $R \text{Cos}\theta$   
 c)  $R(1 - \text{Sen}\theta)$                           d)  $R(1 - \text{Cos}\theta)$   
 e)  $R(1 - 2\text{Cos}\theta)$

14. Hallar "x".



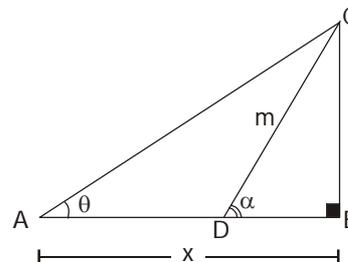
- a)  $m \text{Sen}\alpha \text{Sen}\beta$                           b)  $m \text{Sen}\alpha \text{Cos}\beta$   
 c)  $m \text{Cos}\alpha \text{Cos}\beta$                           d)  $m \text{Cos}\alpha \text{Sen}\beta$   
 e)  $m \text{Tg}\alpha \text{Ctg}\beta$

15. Hallar la distancia mínima del punto "P" a la circunferencia:



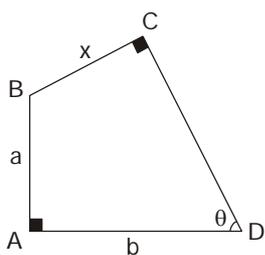
- a)  $R \text{Csc}\theta$                                   b)  $R(\text{Csc}\theta - 1)$   
 c)  $R(\text{Tg}\theta + 1)$                           d)  $R(\text{Ctg}\theta - 1)$   
 e)  $R(\text{Csc}\theta + 1)$

16. Determine "x" en:



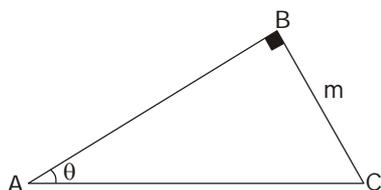
- a)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\theta$                           b)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Sec}\theta$   
 c)  $m \text{Sen}\alpha \cdot \text{Ctg}\theta$                           d)  $m \text{Cos}\alpha \cdot \text{Ctg}\theta$   
 e)  $m \text{Cos}\alpha \cdot \text{Tg}\theta$

17. Hallar "x".



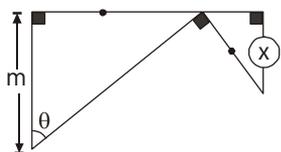
- a)  $\text{Sen}\theta + a\text{Cos}\theta$
- b)  $b\text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta$
- c)  $b\text{Sen}\theta - a\text{Cos}\theta$
- d)  $a\text{Sen}\theta + b\text{Cos}\theta$
- e)  $a\text{Sec}\theta + b\text{Tg}\theta$

18. Determine el perímetro del triángulo ABC.



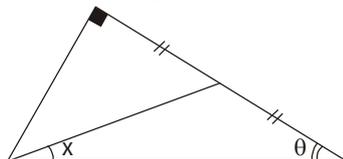
- a)  $m(1 + \text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta)$
- b)  $m(1 + \text{Sec}\theta + \text{Tg}\theta)$
- c)  $m(1 + \text{Csc}\theta + \text{Ctg}\theta)$
- d)  $m(1 + \text{Sec}\theta + \text{Csc}\theta)$
- e)  $m(1 + \text{Tg}\theta + \text{Ctg}\theta)$

19. Hallar: "x" en:



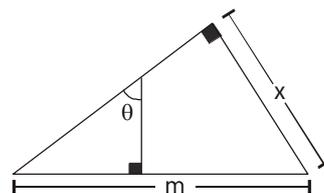
- a)  $m\text{Ctg}\theta\text{Cos}\theta$
- b)  $m\text{Tg}\theta\text{Cos}\theta$
- c)  $m\text{Tg}\theta\text{Sen}\theta$
- d)  $m\text{Tg}\theta$
- e)  $m\text{Sen}\theta$

20. Del gráfico, hallar: "Ctgx".



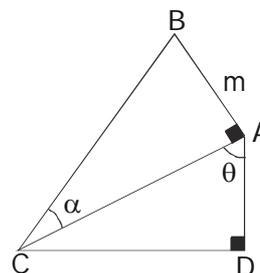
- a)  $\frac{2\text{Sec}\theta - \text{Cos}\theta}{\text{Sen}\theta}$
- b)  $\frac{\text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta}{\text{Sen}\theta}$
- c)  $\frac{\text{Sec}\theta + \text{Cos}\theta}{\text{Sen}\theta}$
- d)  $\frac{\text{Csc}\theta + \text{Sen}\theta}{\text{Cos}\theta}$
- e)  $\frac{\text{Sec}\theta - \text{Cos}\theta}{\text{Sen}\theta}$

21. Del gráfico, determine "x".



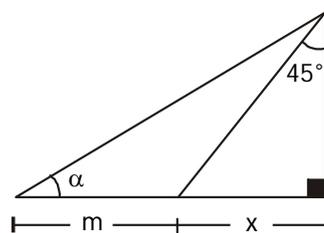
- a)  $m \cdot \text{Sen}\theta$
- b)  $m \cdot \text{Cos}\theta$
- c)  $m \cdot \text{Sec}\theta$
- d)  $m \cdot \text{Csc}\theta$
- e)  $m \cdot \text{Tan}\theta$

22. Determinar  $\overline{CD}$ .



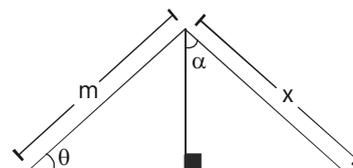
- a)  $m\text{Tan}\alpha \cdot \text{Sen}\theta$
- b)  $m\text{Ctg}\alpha \cdot \text{Cos}\theta$
- c)  $m\text{Tan}\alpha \cdot \text{Cos}\theta$
- d)  $m\text{Tan}\alpha \cdot \text{Csc}\theta$
- e)  $m\text{Ctg}\alpha \cdot \text{Sen}\theta$

23. Del gráfico, hallar "x".



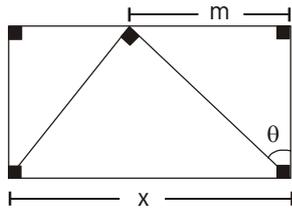
- a)  $\frac{m}{\text{Tan}\alpha - 1}$
- b)  $\frac{m}{\text{Ctg}\alpha - 1}$
- c)  $\frac{m}{1 - \text{Ctg}\alpha}$
- d)  $\frac{m}{1 - \text{Tan}\alpha}$
- e)  $m(1 + \text{Tan}\alpha)$

24. Determine "x" en :



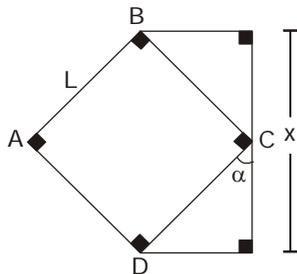
- a)  $m \cdot \text{Sen}\theta \cdot \text{Sen}\alpha$
- b)  $m \cdot \text{Sen}\theta \cdot \text{Cos}\alpha$
- c)  $m \cdot \text{Sen}\theta \cdot \text{Sec}\alpha$
- d)  $m \cdot \text{Cos}\theta \cdot \text{Sec}\alpha$
- e)  $m \cdot \text{Cos}\theta \cdot \text{Sen}\alpha$

25. Determine "x" en:



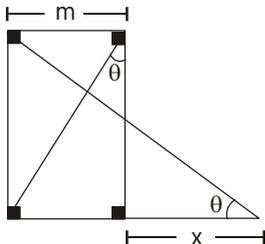
- a)  $m \cdot \text{Sec}^2\theta$       b)  $m \cdot \text{Cos}^2\theta$   
 c)  $m \cdot \text{Sen}^2\theta$       d)  $m \cdot \text{Csc}^2\theta$   
 e)  $m \cdot \text{Sec}\theta \cdot \text{Csc}\theta$

26. Si ABCD es un cuadrado, determine "x".



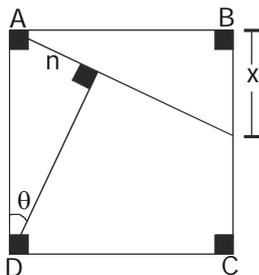
- a)  $L \cdot \text{Sen}^2\alpha$       b)  $L \cdot \text{Cos}^2\alpha$   
 c)  $L \cdot (\text{Sen}\alpha + \text{Cos}\alpha)$       d)  $L \cdot \text{Sen}^2\alpha \cdot \text{Cos}\alpha$   
 e)  $L \cdot \text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}^2\alpha$

27. Del gráfico, hallar "x":



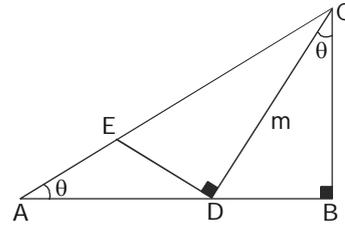
- a)  $m \cdot (\text{Sec}^2\theta - 1)$       b)  $m \cdot (\text{Csc}^2\theta - 1)$   
 c)  $m \cdot (\text{Tan}^2\theta - 1)$       d)  $m \cdot (\text{Ctg}^2\theta - 1)$   
 e)  $m \cdot (\text{Tan}^2\theta - \text{Ctg}^2\theta)$

28. Del gráfico, hallar "x", si ABCD es un cuadrado.



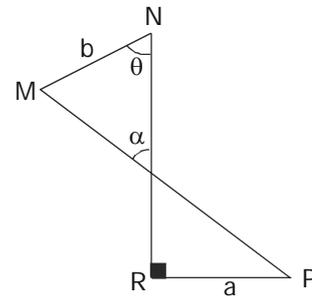
- a)  $n \text{Sen}\theta$       b)  $n \text{Cos}\theta$       c)  $n \text{Tan}\theta \text{Csc}\theta$   
 d)  $n \text{Csc}\theta$       e)  $n \text{Ctg}\theta$

29. Del gráfico, hallar: ED.



- a)  $m \text{Ctg}\theta$       b)  $m \text{Sec}\theta$       c)  $m \text{Sec}2\theta$   
 d)  $m \text{Ctg}2\theta$       e)  $m \text{Tan}2\theta$

30. En el gráfico, hallar MP, en términos de "alpha" y "theta"; "alpha" y "beta".

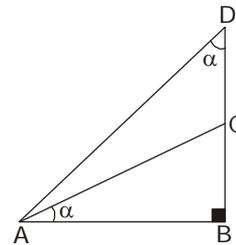


- a)  $(a + b \cdot \text{Cos}\theta) \cdot \text{Sec}\alpha$       b)  $(a + b \cdot \text{Cos}\theta) \cdot \text{Csc}\alpha$   
 c)  $(a + b \cdot \text{Tan}\theta) \cdot \text{Ctg}\alpha$       d)  $(a - b \text{Sec}\theta) \cdot \text{Tan}\alpha$   
 e)  $(a + b \text{Sen}\theta) \cdot \text{Csc}\alpha$

31. En un triángulo BAC, recto en A; la mediana BM y el cateto AC forman un ángulo agudo x. Luego Tanx es igual a:

- a)  $2 \text{Tan}C$       b)  $\text{Tan}B + \text{Tan}C$   
 c)  $2 \text{Tan}B$       d)  $\text{Tan}C + \text{Ctg}C$   
 e)  $2(\text{Tan}C + \text{Tan}B)$

32. En la figura el área del triángulo ACD es igual al área del triángulo ABC. El valor de alpha será:

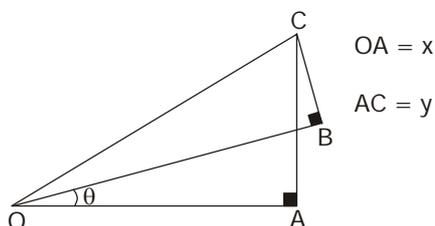


- a)  $\text{ArcTan}\left(\frac{1}{2}\right)$       b)  $\text{ArcCtg}\left(\frac{1}{2}\right)$   
 c)  $\text{ArcTan}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$       d)  $\text{ArcCtg}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$   
 e)  $\text{ArcTan}\sqrt{2}$

33. En la región limitada por una circunferencia de radio R y dos tangentes a ésta; se quiere inscribir otra circunferencia (de radio menor que R). Si las tangentes se intersectan en un ángulo de  $2\alpha$  radianes, ¿A qué distancia de la intersección de éstas, debe encontrarse el centro de la circunferencia inscrita?

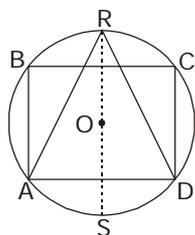
- a)  $\frac{R}{\text{Sen}\alpha} \left( \frac{1 + \text{Sen}\alpha}{1 - \text{Sen}\alpha} \right)$     b)  $\frac{R}{\text{Sen}\alpha} \left( \frac{1 - \text{Sen}\alpha}{1 + \text{Sen}\alpha} \right)$   
 c)  $\frac{\text{Sen}\alpha}{R} (1 - \text{Sen}\alpha)$     d)  $\frac{R}{\text{Sen}\alpha} (1 + \text{Sen}\alpha)$   
 e)  $\frac{R}{\text{Sen}\alpha} (1 - \text{Sen}\alpha)$

34. En la figura, expresar OB y BC, en términos de x, y,  $\theta$



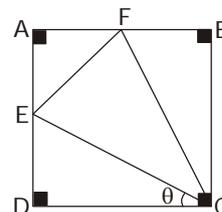
- a)  $OB = x\text{Cos}\theta + y\text{Sen}\theta$   
 $BC = x\text{Sen}\theta + y\text{Cos}\theta$   
 b)  $OB = x\text{Cos}\theta - y\text{Sen}\theta$   
 $BC = y\text{Sen}\theta - x\text{Cos}\theta$   
 c)  $OB = x\text{Cos}\theta + y\text{Sen}\theta$   
 $BC = x\text{Sen}\theta - y\text{Cos}\theta$   
 d)  $OB = x\text{Cos}\theta + y\text{Sen}\theta$   
 $BC = y\text{Cos}\theta - x\text{Sen}\theta$   
 e)  $OB = x\text{Cos}\theta - y\text{Sen}\theta$   
 $BC = x\text{Sen}\theta - y\text{Cos}\theta$

35. En la figura: ABCD es un rectángulo inscrito en la circunferencia de centro O,  $\widehat{ARD} = \alpha$ ;  $\overline{RS} \parallel \overline{AB}$ ,  $AB = a$ . Hallar el radio de la circunferencia.



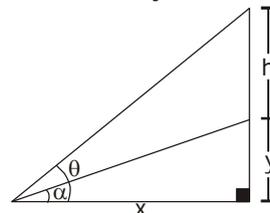
- a)  $a - 2\text{Cos}\alpha$     b)  $\frac{a}{2\text{Cos}\alpha}$   
 c)  $\frac{a}{2\text{Sen}\alpha}$     d)  $a\text{Sen}\alpha$   
 e)  $a - \frac{1}{2}\text{Cos}\alpha$

36. Dado el cuadrado ABCD, se tiene que las áreas de los triángulos FAE, EDC y CBF son iguales, luego  $\text{Sen}\theta$  es:



- a)  $\frac{3 - \sqrt{5}}{6}$     b)  $\frac{3 + \sqrt{5}}{6}$   
 c)  $\frac{-3 + \sqrt{5}}{6}$     d)  $\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{6}}$   
 e)  $\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{6}}$

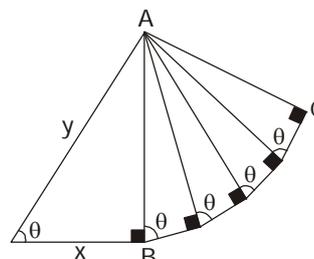
37. En la figura mostrada, son conocidos:  $\alpha$ ,  $\theta$  y h. Entonces los valores de x e y son dados por:



- a)  $x = \frac{h^2}{\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha}$  ;  $y = \frac{h^2 \text{Tan}\alpha}{\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha}$   
 b)  $x = \frac{h}{\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha}$  ;  $y = \frac{h \text{Tan}\alpha}{\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha}$   
 c)  $x = \frac{h^2}{\text{Tan}^2\theta - \text{Tan}^2\alpha}$  ;  $y = \frac{h^2 \text{Tan}^2\alpha}{\text{Tan}^2\theta - \text{Tan}^2\alpha}$   
 d)  $x = \frac{h^2}{(\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha)^2}$  ;  $y = \frac{h^2 \text{Tan}^2\alpha}{(\text{Tan}\theta - \text{Tan}\alpha)^2}$   
 e)  $x = h\text{Tan}\alpha\text{Tan}\theta$  ;  $y = h^2\text{Tan}\alpha\text{Tan}\theta$

38. En la siguiente figura, hallar (x + y) si:

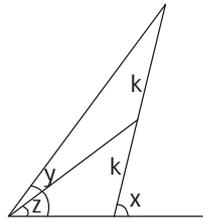
$AB = 3$  y  $AC = \frac{27}{16}$



- a) 5,14    b) 5,19    c) 5,29  
 d) 4,19    e) 3,19

39. De la figura hallar:

$$F = \frac{6 \operatorname{Tan} z - 3 \operatorname{Tan} y}{\operatorname{Ctg} x \operatorname{Tan} y \operatorname{Tan} z}$$



- a) 3,15    b) 2,35    c) 4,30  
d) 3,00    e) 3,20

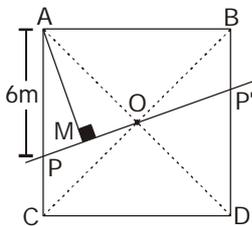
40. En un triángulo rectángulo BAC, se cumple que

$$\operatorname{Cos} B \operatorname{Cos} C = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Hallar la altura relativa a la hipotenusa sabiendo que esta mide  $6\sqrt{2}\text{m}$ .

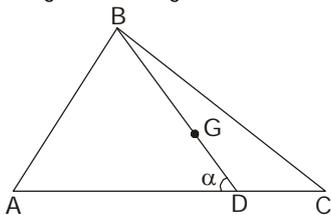
- a)  $\sqrt{2}\text{m}$     b)  $\sqrt{3}\text{m}$     c)  $3\text{m}$   
d)  $\sqrt{5}\text{m}$     e)  $\sqrt{7}\text{m}$

41. La figura muestra un cuadrado cuya área es  $64\text{m}^2$  y tal que  $PC = BP'$ .  
Hallar: AM  
Si:  $AP = 6\text{m}$



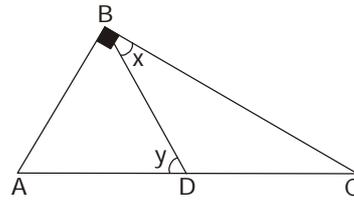
- a)  $12\sqrt{5}\text{m}$     b)  $\frac{12}{5}\sqrt{3}\text{m}$     c)  $\frac{16}{5}\sqrt{3}\text{m}$   
d)  $\frac{12}{5}\sqrt{5}\text{m}$     e)  $12\sqrt{3}\text{m}$

42. En la siguiente figura, G es el baricentro del triángulo ABC,  $AD = BD$  y  $3\operatorname{Sen}\alpha - \operatorname{Cos}\alpha = 3$ . Hallar la tangente del ángulo DCG.



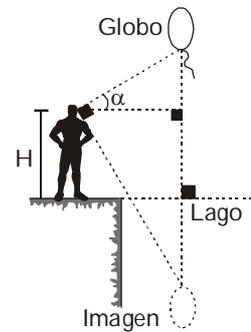
- a) 3    b)  $\frac{2}{3}$     c)  $\frac{1}{3}$   
d)  $\frac{3}{2}$     e)  $\frac{1}{2}$

43. En la figura mostrada, calcular:  $E = \operatorname{Tan} x \operatorname{Ctg} y$   
Si:  $AB = AD = 1$ ;  $DC = 2$



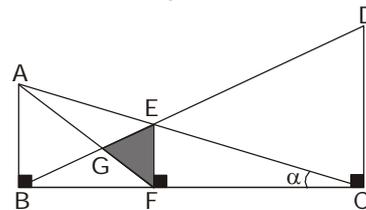
- a)  $\frac{1}{2}$     b)  $\frac{1}{3}$     c) 2  
d)  $\frac{1}{4}$     e) 1

44. En la figura mostrada, ¿a qué distancia se encuentra el globo respecto del lago?



- a)  $H \operatorname{Cos} 2\alpha$     b)  $H \operatorname{Sen} 2\alpha$   
c)  $H \operatorname{Sec} 2\alpha$     d)  $H \operatorname{Csc} 2\alpha$   
e)  $H \operatorname{Ctg} 2\alpha$

45. En la figura:  $DC = 2AB = 2$ .  
Calcular el área del triángulo EFG.



- a)  $\frac{1}{18} \operatorname{Tan}\alpha$     b)  $\frac{2}{45} \operatorname{Ctg}\alpha$   
c)  $\frac{2}{45} \operatorname{Tan}\alpha$     d)  $\frac{1}{18} (\operatorname{Tan}\alpha + \operatorname{Ctg}\alpha)$   
e)  $\frac{1}{9} (\operatorname{Tan}\alpha + \operatorname{Ctg}\alpha)$

46. En un sector circular, cuyo ángulo central es  $\alpha$ , está inscrito un cuadrado de lado L. El radio de la circunferencia correspondiente es:

$$a) \frac{L}{2} \left[ \operatorname{Ctg}^2 \left( \frac{\alpha}{2} \right) + \operatorname{Ctg} \left( \frac{\alpha}{2} \right) + 5 \right]^{\frac{1}{2}}$$

- b)  $\frac{L}{2} \left[ \text{Ctg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2\text{Ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 5 \right]^{\frac{1}{2}}$
- c)  $\frac{L}{2} \left[ \text{Ctg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 4\text{Ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 5 \right]^{\frac{1}{2}}$
- d)  $\frac{L}{2} \left[ \text{Ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2 \right]$
- e)  $\frac{L}{2} \left[ \text{Ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 2 \right]^{\frac{1}{2}}$

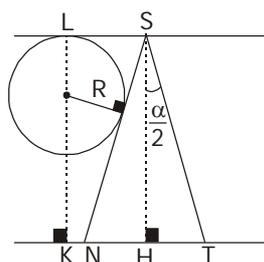
47. Se tiene un triángulo ABC en el que se conocen el lado AC (opuesto al vértice B, de longitud b), y la bisectriz de longitud w relativa al vértice B. Hallar el área del triángulo ABC.

- a)  $\frac{b \cdot w}{3} \text{Cos}\left(\frac{A-C}{3}\right)$
- b)  $\frac{b \cdot w}{2} \text{Cos}\left(\frac{A-C}{2}\right)$
- c)  $\frac{b \cdot w}{3} \text{Cos}\left(\frac{A-C}{2}\right)$
- d)  $\frac{b \cdot w}{2} \text{Cos}\left(\frac{A-C}{3}\right)$
- e)  $\frac{b \cdot w}{2} \text{Cos}\left(\frac{A-C}{4}\right)$

48. Se tiene una poligonal ABCD tal que los ángulos ABC y BCD miden  $\frac{5\pi}{6}$  y  $\frac{3\pi}{4}$ , respectivamente. Hallar la longitud del radio de la circunferencia tangente a los tres segmentos de la poligonal si cumple que :

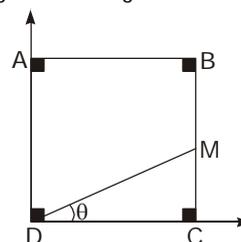
$$\text{Ctg} \frac{5\pi}{12} + \text{Ctg} \frac{3\pi}{8} = m \quad \text{y} \quad BC = n$$

- a)  $\frac{2n}{m}$       b)  $\frac{n}{m}$       c)  $\frac{n}{2m}$
  - d)  $\frac{n \cdot m}{n+m}$       e)  $\sqrt{nm}$
49. En la figura, el triángulo NST es isósceles de base 6, KH es el radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero de lado 6. Hallar el radio R.



- a)  $2\sqrt{3}\text{Ctg}\left(\frac{\pi-\alpha}{4}\right)$       b)  $2\sqrt{3}\text{Tan}\left(\frac{\pi-\alpha}{4}\right)$
- c)  $2\sqrt{3}\text{Tan}\left(\frac{\pi-\alpha}{3}\right)$       d)  $4\sqrt{3}\text{Tan}\left(\frac{\pi-\alpha}{4}\right)$
- e)  $2\sqrt{3}\text{Ctg}\left(\frac{\pi-\alpha}{3}\right)$

50. En la figura mostrada se tiene un cuadrado ABCD con uno de sus vértices en el origen de coordenadas cuyo lado tiene la longitud a unidades. Si el segmento DM divide al cuadrado en un triángulo y en un trapezio cuyas áreas están en la relación de 1 : 4. Calcule la tangente del ángulo MDC.



- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{2}{5}$       c)  $\frac{1}{3}$
- d)  $\frac{3}{4}$       e)  $\frac{3}{5}$

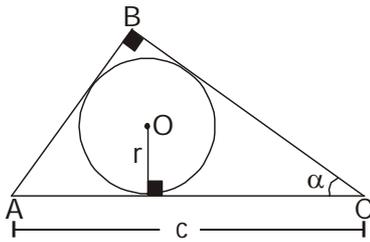
51. Dado un polígono regular convexo de n lados, se trazan dos circunferencias, la primera de radio r que es tangente a todos los lados del polígono, y la segunda de radio R que pasa por todos sus vértices. El valor de la razón  $\frac{r}{R}$  es :

- a)  $\text{Sen} \frac{\pi}{n}$       b)  $\text{Sen} \frac{\pi}{2n}$       c)  $\text{Sen} \frac{2\pi}{n}$
- d)  $\frac{1}{2} \text{Sen} \frac{\pi}{n}$       e)  $\text{Cos} \frac{\pi}{n}$

52. Un cuadrado MNPQ cuyos lados miden  $\sqrt{2-\sqrt{2}}\mu$ , está inscrito en una circunferencia. Calcular la distancia del punto Q al punto medio del arco MN.

- a)  $0,5\mu$       b)  $1\mu$       c)  $1,5\mu$
- d)  $\sqrt{2}\mu$       e)  $\frac{\sqrt{2}}{2}\mu$

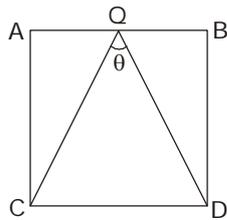
53. En la siguiente figura:



La relación  $\frac{4r^2}{c^2}$  es equivalente a:

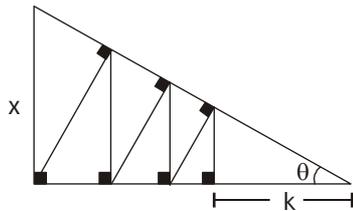
- a)  $2\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$
- b)  $2(1 + \cos\alpha)$
- c)  $2(1 - \sin\alpha)$
- d)  $2\left(1 + \cos\frac{\alpha}{2}\right)$
- e)  $2(1 - \cos\alpha)(1 - \sin\alpha)$

54. La siguiente figura es un cuadrado, donde Q es punto medio del lado AB. Determine  $\text{Csc}\theta$



- a) 2
- b)  $\frac{5}{4}$
- c) 3
- d) 4
- e)  $2\sqrt{5}$

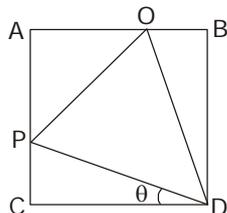
55. En la figura, hallar "x":



- a)  $k\text{Sec}^5\theta \cdot \text{Sen}\theta$
- b)  $k\text{Sec}^6\theta \cdot \text{Tan}\theta$
- c)  $k\text{Ctg}\theta \cdot \text{Sec}^7\theta$
- d)  $k\text{Tan}\theta \cdot \text{Cos}^6\theta$
- e)  $k\text{Sec}^5\theta \cdot \text{Cos}\theta$

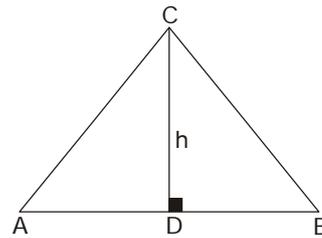
56. En el cuadrado ABCD, las áreas de los triángulos OAP, PDC y CBO son iguales.

Luego  $\text{Csc}\theta$  es:



- a)  $\sqrt{\frac{6}{3+\sqrt{5}}}$
- b)  $\sqrt{\frac{6}{5-\sqrt{3}}}$
- c)  $\frac{6}{3-\sqrt{5}}$
- d)  $\sqrt{\frac{6}{3-\sqrt{5}}}$
- e)  $\frac{6}{3+\sqrt{5}}$

57. En la figura hallar el valor de "h" en función de  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$ . Si:  $\gamma = c, \hat{A} = \alpha, \hat{B} = \beta$



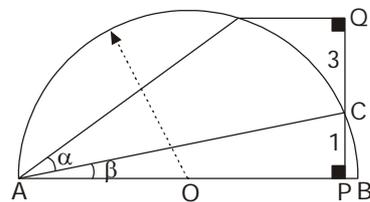
- a)  $\frac{\gamma}{\text{Ctg}\alpha + \text{Ctg}\beta}$
- b)  $\frac{\gamma}{\text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta}$
- c)  $\frac{\gamma\text{Sen}\alpha}{\text{Sen}\alpha + \text{Sen}\beta}$
- d)  $\frac{\alpha}{\text{Ctg}\alpha + \text{Ctg}\beta}$
- e)  $\frac{\beta}{\text{Cos}\alpha + \text{Sen}\gamma}$

58. En un triángulo ABC, recto en B, la mediana CM y el cateto BA forman un ángulo agudo  $\theta$ . Entonces,  $\text{Tg}\theta$  es:

- a)  $2 \text{Tan}A$
- b)  $2 \text{Ctg}A$
- c)  $2 \text{Tan}C$
- d)  $\text{Tan}A + \text{Tg}C$
- e)  $2(\text{Tan}C + \text{Ctg}A)$

59. En la semicircunferencia mostrada, halle:

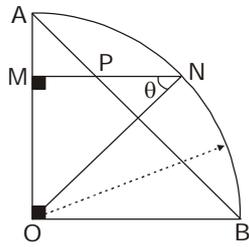
$$K = \frac{\text{Sen}2\alpha}{\text{Sen}2\beta}$$



- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d)  $\frac{1}{4}$
- e)  $\frac{1}{3}$

60. Del gráfico, hallar  $\text{Tan}\theta$

Si:  $\frac{AP}{m} = \frac{PB}{n}$



- a)  $\frac{m}{\sqrt{n(2m+n)}}$
- b)  $\frac{n}{\sqrt{m(2m+n)}}$
- c)  $\frac{n}{\sqrt{m(2n+m)}}$
- d)  $\sqrt{\frac{2m+n}{2n+m}}$
- e)  $\sqrt{\frac{2n+m}{2m+n}}$

# Claves

01.	<i>b</i>
02.	<i>a</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>c</i>
05.	<i>b</i>
06.	<i>d</i>
07.	<i>a</i>
08.	<i>a</i>
09.	<i>a</i>
10.	<i>d</i>
11.	<i>c</i>
12.	<i>c</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>b</i>
15.	<i>b</i>
16.	<i>c</i>
17.	<i>c</i>
18.	<i>c</i>
19.	<i>c</i>
20.	<i>a</i>
21.	<i>b</i>
22.	<i>e</i>
23.	<i>b</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>d</i>
26.	<i>c</i>
27.	<i>d</i>
28.	<i>c</i>
29.	<i>d</i>
30.	<i>e</i>

31.	<i>a</i>
32.	<i>a</i>
33.	<i>c</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>d</i>
36.	<i>b</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>b</i>
39.	<i>b</i>
40.	<i>d</i>
41.	<i>c</i>
42.	<i>d</i>
43.	<i>c</i>
44.	<i>a</i>
45.	<i>c</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>b</i>
48.	<i>b</i>
49.	<i>b</i>
50.	<i>b</i>
51.	<i>e</i>
52.	<i>b</i>
53.	<i>e</i>
54.	<i>b</i>
55.	<i>b</i>
56.	<i>d</i>
57.	<i>a</i>
58.	<i>a</i>
59.	<i>c</i>
60.	<i>c</i>