

Capítulo

10

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE LA VARIABLE DOBLE

Seno de $2x$

Coseno de $2x$

Tangente de $2x$

$\text{Sen}2x = 2\text{Sen}x\text{Cos}x$	$\text{Cos}2x = \text{Cos}^2x - \text{Sen}^2x$	$\text{Tan}2x = \frac{2\text{Tan}x}{1 - \text{Tan}^2x}$
--	--	---

También :

$$\text{Cos}2x = 1 - 2\text{Sen}^2x$$

$$\text{Cos}2x = 2\text{Cos}^2x - 1$$

* **Fórmulas de Degradación :**

$2\text{Sen}^2x = 1 - \text{Cos}2x$	$8\text{Sen}^4x = 3 - 4\text{Cos}2x + \text{Cos}4x$
$2\text{Cos}^2x = 1 + \text{Cos}2x$	$8\text{Cos}^4x = 3 + 4\text{Cos}2x + \text{Cos}4x$

* **Propiedades :**

I.

$\text{Cot}x + \text{Tan}x = 2\text{Csc}2x$	$\text{Cot}x - \text{Tan}x = 2\text{Cot}2x$	$\text{Sec}^2x + \text{Csc}^2x = 4\text{Csc}^22x$
---	---	---

II.

$(\text{Sen}x + \text{Cos}x)^2 = 1 + \text{Sen}2x$
$(\text{Sen}x - \text{Cos}x)^2 = 1 - \text{Sen}2x$

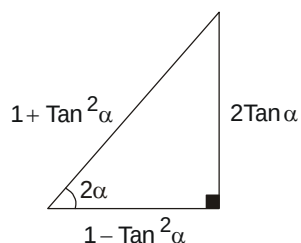
III.

$\sqrt{1 + \text{Sen}2x} = \text{Sen}x + \text{Cos}x $
$\sqrt{1 - \text{Sen}2x} = \text{Sen}x - \text{Cos}x $

IV.

$\text{Tan}2x\text{Tan}x = \text{Sec}2x - 1$	$\frac{\text{Tan}2x}{\text{Tan}x} = \text{Sec}2x + 1$
--	---

* **Triángulo del Ángulo Doble :**



$$\text{Sen}2\alpha = \frac{2\text{Tan}\alpha}{1 + \text{Tan}^2\alpha}$$

$$\text{Cos}2\alpha = \frac{1 - \text{Tan}^2\alpha}{1 + \text{Tan}^2\alpha}$$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE LA VARIABLE MITAD

Seno de $\frac{x}{2}$

Coseno de $\frac{x}{2}$

Tangente de $\frac{x}{2}$

$\text{Sen} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}x}{2}}$	$\text{Cos} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}x}{2}}$	$\text{Tan} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}x}{1 + \text{Cos}x}}$
---	---	---

Donde el signo ($\pm$) dependerá del cuadrante en el que se ubique $\frac{x}{2}$

Tangente de $\frac{x}{2}$

Cotangente de $\frac{x}{2}$

$\text{Tan} \frac{x}{2} = \text{Csc}x - \text{Cot}x$	$\text{Cot} \frac{x}{2} = \text{Csc}x + \text{Cot}x$
--	--

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Si " θ " es un ángulo agudo y $\text{Sen}\theta = \frac{2}{3}$.

Calcular: " $\text{Sen}2\theta$ ".

a) $\frac{4}{9}\sqrt{5}$ b) $\frac{2}{9}\sqrt{5}$ c) $\frac{1}{9}\sqrt{5}$

d) $\frac{9}{4}\sqrt{5}$ e) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

02. Simplificar:

$$E = 8\text{Sen}\alpha \cdot \text{Cos}\alpha \cdot \text{Cos}2\alpha \cdot \text{Cos}4\alpha$$

a) $\text{Sen}2\alpha$ b) $\text{Sen}8\alpha$ c) $\text{Sen}16\alpha$
d) $\text{Sen}4\alpha$ e) $\text{Sen}32\alpha$

03. Si: $\text{Sen}\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$, calcular: $\text{Cos}2\theta$

a) $2/5$ b) $3/5$ c) $4/5$
d) $-3/5$ e) $-4/5$

04. Si: $\text{Cos}\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, calcular: $\text{Cos}2\theta$

a) $-1/3$ b) $1/3$ c) $2/3$
d) $-2/3$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

05. Si: $\text{Tg}\theta = \frac{1}{2}$, calcular: $\text{Tg}2\theta$.

a) $1/3$ b) $2/3$ c) $4/3$
d) $5/3$ e) $7/3$

06. Si: $\text{Tg}\theta = \frac{3}{2}$, hallar: $\text{Sen}2\theta$

a) $11/13$ b) $12/13$ c) $14/15$
d) $13/15$ e) $11/15$

07. Si: $\text{Tg}\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$, determinar: $\text{Cos}2\theta$

a) $1/3$ b) $-1/3$ c) $2/3$
d) $-2/3$ e) $3/4$

08. Si: $\text{Sen}\theta = \frac{7}{25}$ $\wedge$ $90^\circ < \theta < 180^\circ$

Calcular: $\text{Sen}2\theta$

a) $\frac{336}{625}$ b) $\frac{236}{625}$ c) $-\frac{236}{625}$

d) $-\frac{336}{625}$ e) $-\frac{436}{625}$

09. Si: $\text{Cos}\theta = -\frac{5}{13}$ $\wedge$ $180^\circ < \theta < 270^\circ$

Calcule: $\text{Sen}2\theta$

a) $-\frac{120}{169}$ b) $\frac{120}{169}$ c) $-\frac{60}{169}$

d) $\frac{60}{169}$ e) $-\frac{140}{169}$

10. Si: $\text{Tgx} + \text{Ctgx} = n$
¿A qué es igual $\text{Sen}2x$?

a) $2/n$ b) $n/2$ c) $2n$
d) $1/2n$ e) $1/n$

11. Si: $\text{Cos}x = \frac{2}{3}$ $\wedge$ $90^\circ < x < 180^\circ$

Calcule el valor de: $\text{Sen}\frac{x}{2}$

a) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ b) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

d) $-\frac{\sqrt{6}}{12}$ e) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

12. Si: $\text{Sen}\theta = -\frac{7}{25}$ $\wedge$ $180^\circ < \theta < 270^\circ$

Calcule el valor de: $\text{Sen}\frac{\theta}{2}$

a) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ c) $\frac{5\sqrt{2}}{10}$

d) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ e) $-\frac{5\sqrt{2}}{10}$

13. Si: $\text{Cos}\alpha = -\frac{3}{4}$ $\wedge$ $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Calcule el valor de: $\text{Cos}\frac{\alpha}{2}$

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

d) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ e) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

14. Si: $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, calcule: $\cos \theta$

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $-\frac{1}{3}$ e) $-\frac{2}{3}$

15. Si: $\cos x = -\frac{1}{3} \wedge 90^\circ < x < 180^\circ$

Calcular el valor de: $\operatorname{Tg} \frac{x}{2}$

- a) $3\sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $-3\sqrt{2}$
d) $-\sqrt{2}$ e) $5\sqrt{2}$

16. Si: $\operatorname{Tg} \theta = \frac{20}{21} \wedge 180^\circ < \theta < 270^\circ$

Calcule: $\operatorname{Tg} \frac{\theta}{2}$

- a) $-\frac{5}{4}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $-\frac{3}{4}$ e) 1

17. A qué es igual: $E = \csc \frac{x}{4} - \operatorname{Ctg} \frac{x}{4}$

- a) $\operatorname{Tg} \frac{x}{2}$ b) $\operatorname{Ctg} \frac{x}{2}$ c) $\operatorname{Tg} \frac{x}{8}$
d) $\operatorname{Ctg} \frac{x}{8}$ e) $-\operatorname{Ctg} \frac{x}{8}$

18. ¿A qué es igual: $\operatorname{Ctg} 8^\circ$?

- a) 3 b) 5 c) 7
d) 9 e) 11

19. Reducir: $E = \sec 40^\circ - \operatorname{Tg} 40^\circ$

- a) $\operatorname{Tg} 25^\circ$ b) $\operatorname{Ctg} 25^\circ$ c) $-\operatorname{Tg} 25^\circ$
d) $-\operatorname{Ctg} 25^\circ$ e) 1

20. Si: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \wedge \cos \alpha = -\frac{3}{4}$

Calcule:

$$E = \sqrt{7} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}$$

- a) 0 b) 1 c) $\sqrt{2}$
d) 2 e) $2\sqrt{2}$

21. Reducir :

$$H = (\tan x + \cot x) \sin 2x$$

- a) 1 b) 2 c) 3

d) 4 e) $\frac{3}{2}$

22. Si: $\sin 2x = \frac{2}{3}$

Calcule :

$$E = \sin^4 x + \cos^4 x$$

- a) $\frac{7}{9}$ b) $-\frac{7}{9}$ c) $\frac{2}{9}$
d) $-\frac{2}{9}$ e) $-\frac{2}{7}$

23. Si :

$$\frac{\sin^6 \theta + \cos^6 \theta - 1}{\sec^2 \theta + \csc^2 \theta} = -\frac{3}{16},$$

el valor de $\sin 2\theta$ es :

- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ c) -1
d) 1 e) ± 1

24. Simplificar la función f definida por :

$$f(x) = \sqrt{\sec^2 x + \csc^2 x} ; \frac{\pi}{2} < x < \pi$$

- a) $2\sec 2x$ b) $-2\sec 2x$
c) $2\csc 2x$ d) $\sec x + \csc x$
e) $-2\csc 2x$

25. Indique la expresión simplificada de :

$$M = \frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 4\alpha} ; \alpha \neq \frac{K\pi}{2} ; K \in \mathbb{Z}$$

- a) $4\cos^2 \alpha$ b) $\frac{1}{2}\cos^2 \alpha$
c) $\frac{1}{2}\sin^2 \alpha$ d) $\frac{1}{4}\csc^2 \alpha$
e) $4\sin^2 \alpha$

26. Si: $\cos \theta = -\frac{5}{13} ; \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

Halle: $\cos \frac{\theta}{2}$

- a) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ b) $-\frac{3}{\sqrt{13}}$ c) $-\frac{2}{\sqrt{13}}$
d) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ e) $-\frac{5}{\sqrt{26}}$

27. Señale el valor de $\cos \frac{\pi}{8}$

- a) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$
 c) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{2}$
 e) $\frac{\sqrt{4-\sqrt{2}}}{2}$

28. Reducir :

$$H = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{\frac{1 + \cos 24^\circ}{2}}}{2}}$$

- a) $\cos 6^\circ$ b) $\sin 6^\circ$ c) $\sin 3^\circ$
 d) $\cos 3^\circ$ e) $\sin 12^\circ$

29. Si :

$$\cos \alpha = -\frac{4}{5} \quad \text{y} \quad 180^\circ < \alpha < 270^\circ,$$

hallar : $\tan \frac{\alpha}{2}$

- a) 3 b) $\frac{4}{5}$ c) -3
 d) $-\frac{5}{4}$ e) 1

30. Si : $\tan \frac{x}{2} = n$, donde $x \neq \pm \pi$,

entonces cuál de las siguientes alternativas es la correcta.

- a) $\sin x = \frac{1-n^2}{1+n^2}$; $\cos x = \frac{2n}{1+n^2}$
 b) $\sin x = \frac{1-x^2}{1+x^2}$; $\cos x = \frac{2x}{1+x^2}$
 c) $\sin x = \frac{2n}{1+n^2}$; $\cos x = \frac{1-n^2}{1+n^2}$
 d) $\sin x = \frac{2x}{1+x^2}$; $\cos x = \frac{1-x^2}{1+x^2}$
 e) $\sin x = \frac{1+n^2}{1-n^2}$; $\cos x = \frac{2n}{1-n^2}$

31. Sabiendo que :

$$3\sin^2 x + 7\cos^2 x = a + b\cos 2x$$

Halle el valor de :

$$M = 3a - 2b$$

- a) 9 b) 15 c) 13
 d) 11 e) 7

32. Reducir :

$$M = \csc 2x + \csc 4x + \csc 8x + \cot 8x$$

- a) $\tan x$ b) $\cot x$ c) $\tan \frac{x}{2}$
 d) $\cot \frac{x}{2}$ e) $\cot \frac{x}{4}$

33. Reducir :

$$R = \frac{\csc x \cot \frac{x}{2} - 1}{\csc x \tan \frac{x}{2} - 1}$$

- a) $\tan^2 \frac{x}{2}$ b) $-\tan^2 \frac{x}{2}$ c) $\cot^2 \frac{x}{2}$
 d) $-\tan \frac{x}{2}$ e) $-\cot^2 \frac{x}{2}$

34. Si se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B con

A ángulo menor, la relación de catetos es $\frac{5}{7}$.

Se tiene la relación :

$$E = 7\cos 2A + 5\sin 2A$$

Determinar el valor de E.

- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 8

35. Encontrar aproximadamente el valor de :

$$\tan \frac{25\pi}{24}$$

- a) $\frac{1}{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ b) $-\frac{1}{5}\sqrt{6+\sqrt{2}}$
 c) $\frac{1-\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{1-\sqrt{3}}}$ d) $\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$
 e) $2+\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6}$

36. Sea : $a + b + c = \pi$

Simplificar la siguiente expresión :

$$\sin(3a + 2b + 2c) \sin(a + 2b + 2c) + \cos(b + c) \cos(b + 2a + c)$$

- a) -1 b) 0 c) 1
 d) $\cos 2a$ e) $\cos 2b$

37. Si A, B y C son los ángulos internos de un triángulo y

$$\sin(A + B) \cos(A + B) = -\frac{1}{2}$$

¿Cuánto vale $1 + \tan C$?

- a) 0 b) 1 c) 2
 d) -1 e) $\frac{1}{2}$

38.

$$U = \sec A \left[\left(\cos \frac{A}{2} + \sec \frac{A}{2} \right)^2 - \sec A \right]$$

$$N = \sec A \left[\left(\cos \frac{A}{4} + \sec \frac{A}{4} \right)^2 - \sec \frac{A}{2} \right]$$

$$I = \cos A \left[\left(\cos \frac{A}{2K} + \sec \frac{A}{2K} \right)^2 - \sec \frac{A}{K} \right]$$

$K > 1$

Simplificar la expresión :

$$U - N + I - \frac{1}{\cos A}$$

a) $\sec A - \cos A$

b) $\sec \frac{A}{K} + \cos \frac{A}{K}$

c) $1 + \sec \frac{A}{K}$

d) $\cos A - \sec A$

e) $\sec \frac{A}{K} - \cos \frac{A}{K}$

39. Hallar la suma de los valores máximos y mínimos de la siguiente expresión :

$$E = A \cos^2 \left(\frac{x}{2} \right) + B \cos x$$

A, B son constantes reales.

a) B b) A c) $\frac{B}{2}$

d) $\frac{A}{2}$ e) 0

40. Si : $\sec 2x = \frac{3}{5}$; $x \in \left(0 ; \frac{\pi}{4} \right)$,

calcular : $\cos^4 x - \sec^4 x$

a) -1 b) $\frac{4}{5}$ c) $-\frac{3}{5}$

d) 1 e) $\frac{3}{5}$

41. Halle el valor de la expresión :

$$W = \frac{\sec 20^\circ + \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\sec 40^\circ \cos 40^\circ}$$

a) 2 b) 4 c) 1

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

42. Halle "m" en la identidad :

$$\sec 2x \sec \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \sec \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \frac{\sec(mx)}{m}$$

a) 2 b) 4 c) 8
d) 6 e) 3

43. El valor de :

$$(\cos a - \cos b)^2 + (\sec a - \sec b)^2$$

En función de $\sec \left(\frac{a-b}{2} \right)$ es:

a) $2 \sec \left(\frac{a-b}{2} \right)$ b) $4 \sec^2 \left(\frac{a-b}{2} \right)$

c) $\sec \left(\frac{a-b}{2} \right)$ d) $\sec^2 \left(\frac{a-b}{2} \right)$

e) $2 \sec^2 \left(\frac{a-b}{2} \right)$

44. Si : $\tan x + \cot x - 2 = \sec 2y - A$

$$A = \frac{(\sec y + \cos y)^2 - (\sec y - \cos y)^2}{(\sec y + \cos y)^2 + (\sec y - \cos y)^2},$$

hallar : $S = \tan^4 x + \cot^4 x$

a) 4 b) $\sec^4 2y$ c) $\sec 2y$
d) 1 e) 2

45. Sabiendo que :

$$\sec x \sec y = \frac{3}{4} ; x + y = \pi,$$

hallar : $\cos 2(x - y)$

a) $\frac{1}{4}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{2}$

d) $-\frac{7}{8}$ e) $\frac{7}{8}$

46. Si : $K \sec \frac{\theta}{2} = \cos \frac{\theta}{2}$

Siendo : $\sec \theta > 0$

$$P = 2 \sqrt{\frac{1 + \sec \theta}{\sec^2 \theta} - \csc \theta}$$

Será :

a) $\sqrt{K^2 - K^{-2}}$ b) $K + K^{-1}$

c) $K - K^{-1}$ d) $\sqrt{K + K^{-1}}$

e) $\sqrt{K - K^{-1}}$

47. Expresar en función de $\tan x$, la expresión:

$$E = \frac{2(\tan 2x - \sec 2x)}{\cot 2x} + \sec^2 2x - \tan^2 2x$$

- a) $\left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}\right)^2$ b) $\left(\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}\right)$
 c) $1 - 2\tan x$ d) $\tan x + 1$
 e) $1 - \tan x$

48. Si: $\tan \alpha = \frac{m}{n}$; $n \neq 0$,

entonces el valor de $n \cos 2\alpha + m \sin 2\alpha$ es:

- a) $m + n$ b) $2m + n$ c) $2m - n$
 d) m e) n

49. Si:

$$Y = \tan^2 x \sec^2 x + 3 \sec^2 x + 3 \csc^2 x + \cot^2 x \csc^2 x,$$

entonces:

- a) $y = 16 \csc^4 x$ b) $y = 16 \csc^4 2x$
 c) $y = \csc 16x^4$ d) $y = 16 \csc x^4$
 e) $y = \csc^4 2x$

50. Sea la ecuación:

$$m \sin \frac{x}{2} + n \cos \frac{x}{2} + p = 0$$

¿Bajo cuál de las siguientes relaciones entre m , n y p , el valor de $\tan \frac{x}{4}$ es único?

- a) $m^2 + n^2 = p^2$ b) $m^2 + p^2 = n^2$
 c) $n^2 + p^2 = m^2$ d) $\sqrt{m^2 + n^2} = 2p$
 e) $\sqrt{m^2 + n^2} = p$

51. Si x es un ángulo en el primer cuadrante y

$\tan x = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$; encontrar el valor de la siguiente expresión:

$$E = \left(\frac{\sec 2x}{\csc x + \sec x} \right) \sqrt{1 + \frac{a}{b}}$$

- a) $\frac{2a}{a+b}$ b) $\frac{b}{a+b}$ c) $\frac{2b}{a+2b}$
 d) $\frac{2a}{2a+b}$ e) $\frac{ab}{a+b}$

52. El valor de X al simplificar la expresión:

$$X = \left(\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \right)^2 \left(\frac{1 - \sec 2\alpha}{1 + \sec 2\alpha} \right)$$

- a) $1 + \sec 2\alpha$ b) $1 - \sec 2\alpha$
 c) 1 d) -1
 e) $\sec 2\alpha$

53. Si: $\tan(A - 45^\circ) = \frac{a-1}{a+1}$,

hallar: $\sin 2A$

- a) $\frac{2a}{1+a^2}$ b) $\frac{2a}{a^2-1}$ c) $\frac{a}{1+a^2}$
 d) $\frac{2a}{1-a^2}$ e) $\frac{a}{a^2-1}$

54. Si: $\tan(x + 45^\circ) = n$; $n \neq 0$,
 calcular: $E = \sec 2x - \tan 2x$

- a) n^{-1} b) $2n$ c) n^{-2}
 d) $2n^{-1}$ e) n^2

55. La expresión: $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$ es equivalente a:

- a) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ b) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$
 c) $2\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ d) $\tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$
 e) $\tan\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

56. Hallar el valor de:

$$\tan 2A + \tan 2B - \tan \frac{5\pi}{4}$$

Sabiendo que:

$$\tan A - \tan B = 1$$

$$\sin 2A = -2 + 4 \sin^2 A$$

- a) -2 b) -1 c) 0
 d) 1 e) 2

57. Reducir la expresión:

$$S = \frac{1}{2} - \sin^2 \theta + \sin^2(\theta + 150^\circ) - \sin^2(\theta - 150^\circ)$$

- a) $\cos(30^\circ - 2\theta)$ b) $\sin(30^\circ - 2\theta)$
 c) $\sin 2\theta$ d) $\cos 2\theta$
 e) $\sin(60^\circ - 2\theta)$

58. Calcular :

$$E = \operatorname{Sen}^4 \frac{\pi}{16} + \operatorname{Sen}^4 \frac{3\pi}{16} + \frac{1}{2} \operatorname{Cos} \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} \operatorname{Cos} \frac{3\pi}{8}$$

- a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{3}{4}$
 d) $-\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$

59. La siguiente suma :

$$F = \frac{1}{2} \operatorname{Tan} \left(\frac{x}{2} \right) + \frac{1}{2^2} \operatorname{Tan} \left(\frac{x}{2^2} \right) + \dots + \frac{1}{2^n} \operatorname{Tan} \left(\frac{x}{2^n} \right)$$

Es igual a :

- a) $\frac{1}{2^n} \operatorname{Cot} \left(\frac{x}{2^n} \right) - \operatorname{Cot} x$
 b) $\frac{1}{2} \operatorname{Cot} \left(\frac{x}{2^n} \right) - \operatorname{Cot} x$
 c) $\operatorname{Cot} x$
 d) $\frac{1}{2} \operatorname{Cot} \left(\frac{x}{2^n} \right) + \operatorname{Cot} x$
 e) $2^n \operatorname{Cot}(2^n x) - \operatorname{Cot} x$

60. Si :

$$\operatorname{Cos} \alpha = \operatorname{Tan} 1^\circ \cdot \operatorname{Tan} 2^\circ$$

$$\operatorname{Cos} \theta = \operatorname{Tan} 1^\circ \cdot \operatorname{Tan} 4^\circ$$

$$\operatorname{Cos} \beta = \operatorname{Tan} 1^\circ \cdot \operatorname{Tan} 6^\circ$$

$$\text{Halle : } R = \operatorname{Tan} \frac{\alpha}{2} \operatorname{Tan} \frac{\theta}{2} \operatorname{Tan} \frac{\beta}{2}$$

- a) $\sqrt{\frac{\operatorname{Sen} 7^\circ}{\operatorname{Sen} 1^\circ}}$ b) $\sqrt{\frac{\operatorname{Cos} 7^\circ}{\operatorname{Cos} 1^\circ}}$
 c) $\sqrt{\frac{\operatorname{Tan} 7^\circ}{\operatorname{Tan} 1^\circ}}$ d) $\sqrt{\frac{\operatorname{Sen} 9^\circ}{\operatorname{Sen} 2^\circ}}$
 e) $\sqrt{\frac{\operatorname{Cos} 7^\circ}{\operatorname{Cos} 3^\circ}}$

Claves

01.	<i>a</i>
02.	<i>a</i>
03.	<i>a</i>
04.	<i>d</i>
05.	<i>a</i>
06.	<i>b</i>
07.	<i>b</i>
08.	<i>a</i>
09.	<i>a</i>
10.	<i>a</i>
11.	<i>a</i>
12.	<i>a</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>b</i>
15.	<i>b</i>
16.	<i>c</i>
17.	<i>b</i>
18.	<i>b</i>
19.	<i>d</i>
20.	<i>a</i>
21.	<i>d</i>
22.	<i>d</i>
23.	<i>a</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>d</i>
26.	<i>c</i>
27.	<i>e</i>
28.	<i>d</i>
29.	<i>c</i>
30.	<i>b</i>

31.	<i>e</i>
32.	<i>c</i>
33.	<i>a</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>c</i>
36.	<i>c</i>
37.	<i>a</i>
38.	<i>b</i>
39.	<i>d</i>
40.	<i>d</i>
41.	<i>a</i>
42.	<i>b</i>
43.	<i>d</i>
44.	<i>c</i>
45.	<i>c</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>e</i>
48.	<i>c</i>
49.	<i>b</i>
50.	<i>e</i>
51.	<i>c</i>
52.	<i>a</i>
53.	<i>a</i>
54.	<i>c</i>
55.	<i>b</i>
56.	<i>a</i>
57.	<i>b</i>
58.	<i>e</i>
59.	<i>b</i>
60.	<i>e</i>