

Capítulo

8

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE UNA VARIABLE

* **DEFINICIÓN:** Son aquellas igualdades entre las razones trigonométricas de una variable; las cuales se verifican para todo valor de la variable en que la razón trigonométrica que interviene se encuentra definida.

* **CLASIFICACIÓN:**

I. I. T. RECÍPROCAS:

$\text{Sen}x \text{Csc}x = 1 \Rightarrow \text{Csc}x = \frac{1}{\text{Sen}x} ; \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi ; n \in \mathbb{Z}\}$
$\text{Cos}x \text{Sec}x = 1 \Rightarrow \text{Sec}x = \frac{1}{\text{Cos}x} ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}\right\}$
$\text{Tan}x \text{Cot}x = 1 \Rightarrow \text{Cot}x = \frac{1}{\text{Tan}x} ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{n\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}\right\}$

II. I. T. POR DIVISIÓN:

$\text{Tan}x = \frac{\text{Sen}x}{\text{Cos}x} ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}\right\}$	$\text{Cot}x = \frac{\text{Cos}x}{\text{Sen}x} ; \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi ; n \in \mathbb{Z}\}$
--	--

III. I. T. PITÁGORAS:

$\text{Sen}^2x + \text{Cos}^2x = 1 ; \forall x \in \mathbb{R} \left\{ \begin{array}{l} \text{Sen}^2x = 1 - \text{Cos}^2x \\ \text{Cos}^2x = 1 - \text{Sen}^2x \end{array} \right.$
$\text{Sec}^2x - \text{Tan}^2x = 1 ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{(2n+1)\frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z}\right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Sec}^2x = \text{Tan}^2x + 1 \\ \text{Tan}^2x = \text{Sec}^2x - 1 \end{array} \right.$
$\text{Csc}^2x - \text{Cot}^2x = 1 ; \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi ; n \in \mathbb{Z}\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Csc}^2x = \text{Cot}^2x + 1 \\ \text{Cot}^2x = \text{Csc}^2x - 1 \end{array} \right.$

IV. I. T. AUXILIARES:

$$1. \quad \tan x + \cot x = \sec x \csc x ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{n\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$2. \quad \sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \csc^2 x ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{n\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$3. \quad \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x ; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$4. \quad \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x ; \forall x \in \mathbb{R}$$

$$5. \quad (1 \pm \sin x \pm \cos x)^2 = 2(1 \pm \sin x)(1 \pm \cos x) ; \forall x \in \mathbb{R}$$

6. Si :

$$a \sin x + b \cos x = c \wedge c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Entonces :

$$\sin x = \frac{a}{c} \wedge \cos x = \frac{b}{c}$$

7. Si :

$$\sec x + \tan x = n \Rightarrow \sec x - \tan x = \frac{1}{n} ; \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ (2n+1)\frac{\pi}{2} ; n \in \mathbb{Z} \right\}$$

8. Si :

$$\csc x + \cot x = m \Rightarrow \csc x - \cot x = \frac{1}{m} ; \forall x \in \mathbb{R} - \{n\pi ; n \in \mathbb{Z}\}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Reducir:

$$E = (1 + \cos x)(\csc x - \cot x)$$

- a) 1 b) $\sin x$ c) $\cos x$
 d) $\sec x$ e) $\csc x$

02. Simplificar: $E = \frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\tan x}{\cot x}$

- a) 1 b) $\sec^2 x$ c) $\csc^2 x$
 d) $\sec x$ e) $\csc x$

03. Simplificar: $E = \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\sin x \cos x}$

- a) 1 b) -1 c) 2
 d) -2 e) 0

04. Determinar "k" en: $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{2}{k}$

- a) $\cos^2 x$ b) $\sin x \cos x$ c) $\sin x$
 d) $\cos x$ e) $\sin^2 x$

05. Reducir: $E = [\tan x(\cot x + 1) + \cot x(1 - \tan x)] \sin x$

- a) 1 b) $\cot x$ c) $\cos x$
 d) $\tan x$ e) $\sec x$

06. Simplificar: $E = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$

- a) 2 b) $2\sec x$ c) $2\csc x$
 d) $2\sec^2 x$ e) $2\csc^2 x$

07. Simplificar: $E = \frac{1}{\sec x + \tan x} + \tan x$

- a) $\sec x$ b) $\cos x$ c) $\csc x$
 d) $\cot x$ e) $2\tan x$

08. Simplificar: $E = \frac{\sqrt{1 + 2\sin x \cos x} - \sin x}{\sin x}$ ($x \in \text{IC}$)

- a) $\sin x$ b) $\cos x$ c) 1
 d) $\tan x$ e) $\cot x$

09. Reducir: $E = \frac{\sec x \csc x - \cot x}{\sin x}$

- a) 1 b) $\sin x$ c) $\cos x$
 d) $\sec x$ e) $\csc x$

10. Simplificar: $E = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1}$

- a) $5/3$ b) -1 c) $2/3$
 d) $3/4$ e) $1/3$

11. Reducir: $E = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$

- a) 0 b) 1 c) -1
 d) 2 e) -2

12. Eliminar "x" a partir de: $\sin x = m$, $\cos x = n$

- a) $m^2 + n^2 = 1$ b) $m^2 + n^2 = 5$
 c) $m^2 + n^2 = 3$ d) $m^2 + n^2 = 7$
 e) N.A.

13. Si: $\sin x + \cos x = m$
Calcular: $E = (1 + \sin x)(1 + \cos x)$

- a) $\frac{1+m^2}{2}$ b) $\frac{1-m^2}{2}$ c) $\frac{(1+m)^2}{2}$
 d) $\frac{(1-m)^2}{2}$ e) $1+m$

14. Si: $\tan x + \cot x = 3$
Calcular: $E = \sec x + \csc x$

- a) 3 b) 9 c) $\sqrt{11}$
 d) $\sqrt{15}$ e) $\sqrt{17}$

15. Reducir: $E = (\tan x + \cot x) \cos x$

- a) 1 b) $\sin x$ c) $\cos x$
 d) $\sec x$ e) $\csc x$

16. Determinar "x" para que la igualdad:

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\tan^2 \theta} = \frac{1}{\cot^2 \theta} + \frac{1}{x}$$

Sea una identidad

- a) $\sin^2 \theta$ b) $\cos^2 \theta$ c) $\tan^2 \theta$
 d) $\sec x$ e) $\csc x$

17. Reducir: $E = \frac{\cos x}{1 + \sin x} + \tan x$

- a) $\sin x$ b) $\csc x$ c) $\sec x$
 d) $\tan x$ e) $\cot x$

18. Si la igualdad es una identidad

Calcular: $M+N$

$$\frac{\csc x - \cot x}{\csc x + \cot x} + \frac{\csc x + \cot x}{\csc x - \cot x} = M + 4 \cot^N x$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

19. Hallar A en la siguiente identidad:

$$\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} = \frac{A}{\csc x + 1}$$

- a) $\sin^2 x$ b) $\cos^2 x$ c) $\tan^2 x$
d) $\cot^2 x$ e) $\sec^2 x$

20. Eliminar "x" a partir de:

$$\tan x + \cot x = a$$

$$\tan x - \cot x = b$$

- a) $a^2 + b^2 = 3$ b) $a^2 - b^2 = 3$
c) $a^2 - b^2 = 4$ d) $a^2 + b^2 = 4$
e) $a^2 + b^2 = 8$

21. Si: $\sin x + \cos x = \sqrt{\frac{7}{6}}$

Calcular :

$$C = \sin x \cos x$$

- a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{14}$
d) $\frac{1}{12}$ e) $\frac{1}{9}$

22. Si: $\tan x + \cot x = 3\sqrt{2}$

Calcular:

$$C = \sec^2 x + \csc^2 x$$

- a) 9 b) 12 c) 16
d) 18 e) 36

23. Simplificar: $C = \frac{\sin x \tan x + \cos x}{\cos x \cot x + \sin x}$

- a) 1 b) $\tan x$ c) $\cot x$
d) $\tan^2 x$ e) $\cot^2 x$

24. Reducir: $C = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin x - \cos x}$

- a) 1 b) $\sin x$ c) $\cos x$
d) $\sin x + \cos x$ e) $\sin x - \cos x$

25. Simplificar:

$$C = (1 + \tan^2 x) \cos^4 x + (1 + \cot^2 x) \sin^4 x$$

- a) 1 b) $\sin^2 x \cos^2 x$
c) $\sin^2 x$ d) $\cos^2 x$
e) 2

26. Simplificar:

$$C = (\sec x \csc x - \cot x) (\sec x \csc x - \tan x)$$

- a) 1 b) $\tan^2 x$ c) $\cot^2 x$
d) $\sin x \cos x$ e) $\sec x \csc x$

27. Si: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{7}{9}$

$$\text{Calcular: } C = \sin^6 x + \cos^6 x$$

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{2}{9}$ e) $\frac{4}{9}$

28. Eliminar "x" de:

$$\sin x + \cos x = m ; \tan x + \cot x = n$$

- a) $n(m^2 - 1) = 2$ b) $m(n^2 - 1) = 2$
c) $n(m^2 - 1) = 1$ d) $n^2(m^2 - 1) = 4$
e) $n^2(m^2 - 1) = 2$

29. Demostrar las siguientes igualdades:

$$1.1 \sin x \cot x + \cos x \tan x = \sin x + \cos x$$

$$1.2 \sin^2 x \cot x + \cos^2 x \tan x = 2 \sin x \cos x$$

$$1.3 (\sec^2 x - 1)(1 - \sin^2 x) + (\csc^2 x - 1)$$

$$(1 - \cos^2 x) = 1$$

$$1.4 \left(\frac{\sin x + \cos x}{\tan x + 1} \right)^2 + \left(\frac{\sin x - \cos x}{\cot x - 1} \right)^2 = 1$$

$$1.5 \frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos x - \cos^3 x} = \cot x$$

30. Reducir: $W = 3 \sqrt{\frac{\sec x - \cos x}{\csc x - \sin x}}$

- a) $\frac{\cot x}{2}$ b) $\sec x$ c) $\csc x$
d) $\tan x$ e) $\sin x$

31. Si: $\sin^2 a - \cos^2 a = \frac{1}{2}$

Entonces : $\tan a + \cot a$ es:

- a) $\frac{10}{3}$ b) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{13}{2\sqrt{10}}$

- d) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ e) $\frac{2\sqrt{10}}{13}$
32. Si:
 $(1 + \text{Sen}x - \text{Cos}x)^2 = A(1 + \text{Sen}x)(1 - \text{Cos}x)$
 Calcular: "A"
- a) 1 b) 2 c) -1
 d) -2 e) 4
33. Hallar el valor numérico de la expresión:
 $T = (\text{Tan}35^\circ + \text{Tan}55^\circ)(\text{Sen}35^\circ + \text{Sen}55^\circ + 1)$
 $(\text{Cos}35^\circ + \text{Cos}55^\circ - 1)$
- a) 1 b) 2 c) -2
 d) $\sqrt{2}$ e) $-\sqrt{2}$
34. Si: $\text{Sena} + \text{Csc}a = \frac{5}{2}$
 Calcular: $E = \text{Cota} + \text{Cosa}$
- a) $3\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
35. Si: $\text{Sen}\theta = \frac{\pi}{4} + \text{Cos}\theta$
 Entonces el valor de:
 $\text{Tan}\left(\sqrt{1 - \frac{2}{\text{Tan}\theta + \text{Cot}\theta}}\right)$, es:
- a) -1 b) 1 c) $\sqrt{3}$
 d) $-\sqrt{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
36. Calcular:
 $\text{Cos}^2A + \text{Sen}^2B$
 Si se sabe que A y B son ángulos suplementarios
- a) -1 b) $-\frac{1}{2}$ c) 0
 d) $\frac{1}{2}$ e) 1
37. Si: $f(\text{Tan}^2x + \text{Cot}^2x) = \text{Sec}^4x + \text{Csc}^4x$
 Calcular: $f(2) + f(3)$
- a) 20 b) 21 c) 22
 d) 23 e) 24
38. Si: $\text{Sec}^2x + \text{Csc}^2x = 7$
 Calcular:
 $C = (\text{Sec}^2x + \text{Tan}^2x)(\text{Csc}^2x + \text{Cot}^2x)$
- a) 13 b) 14 c) 22
 d) 16 e) 15
39. Si: $\frac{1 - 2\text{Cos}^2\theta}{\text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta} = \frac{1}{2}$
 Entonces el valor de:
 $E = \text{Sen}\theta\text{Cos}\theta$, es:
- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{8}$
 d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{2}$
40. Reducir:
 $C = (\text{Sen}^6x + \text{Cos}^6x - 1)(\text{Tan}x + \text{Cot}x)$
- a) $\text{Sen}x\text{Cos}x$ b) $3\text{Sen}x\text{Cos}x$
 c) $-3\text{Sen}x\text{Cos}x$ d) -3
 e) 3
41. Si: $\text{Tan}x + \text{Cot}x = 2$ y
 $E = \frac{\sqrt{\text{Tan}^n x + \text{Cot}^n x} \cdot \sqrt{\text{Tan}^n x + \text{Cot}^n x} \cdot \sqrt{\text{Tan}^n x + \text{Cot}^n x} \cdot \text{Tan}x + \text{Cot}x}{\sqrt{\text{Tan}^n x + \text{Cot}^n x}}$
 Siendo "n" potencia de 2; entonces el valor de E^2 es:
- a) 2 b) 4 c) 8
 d) 16 e) 32
42. Si: $\text{Sen}x - \text{Cos}y = 0,5$
 Hallar: $P = \text{Cos}^2x + \text{Cos}^2y + \text{Cos}y$
- a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2}$
 d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{1}{4}$
43. Calcular: $\text{Tan}\theta$
 Si: $a\text{Cos}^4\theta + b\text{Sen}^4\theta = \frac{ab}{a+b}$; $a \neq b$
- a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\pm\sqrt{\frac{a}{b}}$
 d) $\pm\frac{a}{b}$ e) ab
44. Dado:
 $1 + \sqrt{2}\text{Tan}x = \sqrt{2}\text{Sec}y$
 $1 + \sqrt{2}\text{Tan}y = \sqrt{2}\text{Sec}x$
 Calcular: $E = \text{Sec}x + \text{Sec}y$
- a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sqrt{2} - 1$ c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ e) $\sqrt{2} + 1$

45. El valor de "E" en la identidad:

$$\text{Sen}^3\theta + E\text{Cos}^2\theta = \text{Sen}\theta$$

$$\left(\theta \neq \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right), \text{ es:}$$

- a) $\text{Sen}^2\theta$ b) $\text{Cos}^2\theta$ c) $\text{Sen}\theta + \text{Cos}\theta$
d) $\text{Cos}\theta$ e) $\text{Sen}\theta$

46. Hallar el valor de "B" sabiendo que:

$$\text{Tan}A = \frac{\text{Sen}\alpha - \text{Cos}\alpha}{\text{Sen}\alpha + \text{Cos}\alpha}$$

$$B\text{Sen}A = \text{Sen}\alpha - \text{Cos}\alpha$$

- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) 2 e) $\sqrt{5}$

47. Si: $\text{Tan}a = \frac{n}{m}$

Entonces:

$$n(2\text{Cosa} + \text{Seca}) - 2m\text{Sena}$$

Es igual a:

- a) $m\text{Cosa}$ b) $m\text{Seca}$ c) mn
d) $n\text{Seca}$ e) $n\text{Cosa}$

48. Si: $a^2 - \text{Cos}^2x - \text{Sec}^2x = 2$

Encontrar el valor de:

$$C = \text{Sen}x \text{Tan}x + 2\text{Cos}x$$

- a) $\sqrt{a^2 - 2}$ b) $-\sqrt{a^2 - 2}$ c) $\sqrt{a}$
d) $-\sqrt{a}$ e) $\pm a$

49. Si: $\text{Sec}^2x = n\text{Tan}x$

$$\text{Hallar: } C = \frac{\text{Sen}^3x + \text{Cos}^3x}{(\text{Sen}x + \text{Cos}x)^3}$$

- a) $\frac{n+1}{n+2}$ b) $\frac{n-2}{n-1}$ c) $\frac{n-1}{n+2}$
d) $\frac{n+2}{n+1}$ e) $\frac{n+2}{n-1}$

50. Simplificar la expresión:

$$K = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos}x}{1 - \text{Sen}x}} + \sqrt{\frac{1 + \text{Cos}x}{1 + \text{Sen}x}}; \pi < x < \frac{3\pi}{2}$$

- a) $-\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}\text{Sec}x$
c) $\sqrt{2}\text{Sec}x$ d) $\sqrt{2}\text{Cos}x$
e) $-\sqrt{2}\text{Cos}x$

51. Si: P, Q y R son constantes que satisfacen la relación:

$$P + Q\text{Tan}^R x = \frac{1}{1 + \text{Sen}x} + \frac{1}{\text{Csc}x - 1}$$

Calcular: P . Q . R

- a) -6 b) 2 c) 4
d) 8 e) 12

52. Si:

$$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ y } \text{Sen}^4\theta + \text{Cos}^4\theta = \frac{7}{9}$$

Calcular: $C = \text{Sen}\theta - \text{Cos}\theta$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

53. Calcular el mínimo valor de:

$$E = \text{Sec}^4x + \text{Csc}^4x$$

- a) 6 b) 4 c) 8
d) 10 e) 12

54. Hallar: $y = \text{Sen}x \text{Cos}x$

$$\text{Si: } \text{Tan}x - \text{Sen}x = 1$$

- a) $-1 - \sqrt{2}$ b) $1 + \sqrt{2}$ c) $1 - \sqrt{2}$
d) $\sqrt{2} - 1$ e) $\sqrt{2}$

55. Sabiendo que α es un ángulo agudo el cual satisface la ecuación:

$$\text{Ctg}\alpha + \text{Csc}\alpha = 5$$

Determine el valor de la expresión:

$$24\text{Tg}\alpha + 26\text{Sen}\alpha$$

- a) 10 b) 20 c) 15
d) $\frac{5}{12}$ e) $\frac{5}{13}$

56. Siendo: $\text{Tan}x - \text{Cot}x = \sqrt{2}$

Calcular:

$$C = \text{Sen}^4x \cdot \text{Tan}^2x + \text{Cos}^4x \text{Cot}^2x$$

- a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{7}{3}$ c) 2
d) 3 e) $\frac{4}{3}$

57. Siendo: $\text{Sen}x + \text{Cos}x = n$

Hallar:

$$C = \frac{\text{Sec}x + \text{Tan}x + 1}{\text{Sec}x - \text{Tan}x + 1} + \frac{\text{Csc}x + \text{Cot}x + 1}{\text{Csc}x - \text{Cot}x + 1}$$

- a) $\frac{2}{n+1}$ b) $\frac{2}{n-1}$ c) $\frac{2}{n^2+1}$
d) $\frac{2}{n^2-1}$ e) $\frac{1}{n+1}$

58. Siendo: $\tan x + \cot x = 3$

Calcular: $S = \frac{\sin^7 x - \cos^7 x}{\sin x - \cos x}$

- a) $\frac{13}{27}$ b) $\frac{19}{27}$ c) $\frac{29}{27}$
 d) $\frac{25}{27}$ e) $\frac{31}{27}$

59. Siendo:

$$\tan x - \cot x = \sqrt{2}$$

Calcular:

$$C = \frac{\sec^5 x + \csc^5 x}{\sec x + \csc x}$$

- a) $3(5 - \sqrt{6})$ b) $6(5 - \sqrt{6})$
 c) $6(3 - \sqrt{6})$ d) $3(3 - \sqrt{6})$
 e) $5(3 - \sqrt{6})$

60. Sabiendo que:

$$\sin x + \cos x = n \quad ; \quad x \in \text{IVC}$$

Reducir:

$$C = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} - \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$$

- a) $\frac{1}{n+1}$ b) $\frac{1}{n-1}$ c) $\frac{2}{n+1}$
 d) $\frac{2}{n-1}$ e) $\frac{2}{n^2-1}$

Claves

01.	<i>b</i>
02.	<i>b</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>d</i>
05.	<i>e</i>
06.	<i>e</i>
07.	<i>a</i>
08.	<i>e</i>
09.	<i>d</i>
10.	<i>c</i>
11.	
12.	<i>ba</i>
13.	<i>c</i>
14.	<i>d</i>
15.	<i>e</i>
16.	<i>a</i>
17.	<i>c</i>
18.	<i>d</i>
19.	<i>d</i>
20.	<i>c</i>
21.	<i>d</i>
22.	<i>d</i>
23.	<i>b</i>
24.	<i>d</i>
25.	<i>a</i>
26.	<i>a</i>
27.	<i>b</i>
28.	<i>a</i>
29.	-
30.	<i>d</i>

31.	<i>b</i>
32.	<i>b</i>
33.	<i>b</i>
34.	<i>b</i>
35.	<i>c</i>
36.	<i>e</i>
37.	<i>d</i>
38.	<i>e</i>
39.	<i>c</i>
40.	<i>c</i>
41.	<i>b</i>
42.	<i>b</i>
43.	<i>e</i>
44.	<i>c</i>
45.	<i>e</i>
46.	<i>b</i>
47.	<i>d</i>
48.	<i>e</i>
49.	<i>c</i>
50.	<i>b</i>
51.	<i>c</i>
52.	<i>e</i>
53.	<i>c</i>
54.	<i>d</i>
55.	<i>b</i>
56.	<i>b</i>
57.	<i>b</i>
58.	<i>c</i>
59.	<i>b</i>
60.	<i>d</i>