

Capítulo

6

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

OBJETIVO: El objetivo del presente capítulo es:

- * Calcular las razones trigonométricas de un ángulo que no es agudo, en función de otro que sí lo sea; reconociendo previamente el caso en que nos ubicamos y el criterio a utilizar.
- * Simplificar correctamente expresiones del tipo: $R.T.\left(\frac{n\pi}{2} \pm \theta\right)$; $n \in \mathbb{Z}$
- * Reconocer y aplicar correctamente las propiedades de ángulos cuya suma de medidas es 180° ó 360°

CASOS

- I. Ángulos cuyas medidas están en $<90^\circ ; 360^\circ>$:** En este caso, el ángulo original " α " se descompone como la suma o resta de un ángulo cuadrantal (90° ; 180° ; 270° ó 360°) con un ángulo que sea agudo; para luego aplicar:

$$RT(\alpha) = R^+ \left\{ \begin{array}{l} 180 \pm \sigma \\ 360 - \sigma \end{array} \right\} = \pm R.T.(\sigma)$$

$$R^+ \left\{ \begin{array}{l} 90 + \sigma \\ 220 \pm \sigma \end{array} \right\} = \pm Co - R.T.(\sigma)$$

Donde el signo ($\pm$) que deberá anteponerse al resultado dependerá del cuadrante al que pertenezca el ángulo original " α ".

Por ejemplo; calculemos:

$$\begin{aligned} * \quad \underbrace{\text{Sen}120^\circ}_{(+)} &= \text{Sen}(\overbrace{90^\circ+30^\circ}^{\rightarrow}) = +\text{Cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ * \quad \underbrace{\text{Cos}120^\circ}_{(-)} &= \text{Cos}(\overbrace{180^\circ-60^\circ}^{\rightarrow}) = -\text{Cos}60^\circ = -\frac{1}{2} \\ * \quad \underbrace{\text{Tan}240^\circ}_{(+)} &= \text{Tan}(\overbrace{270^\circ-30^\circ}^{\rightarrow}) = +\text{Cot}30^\circ = \sqrt{3} \\ * \quad \underbrace{\text{Csc}330^\circ}_{(-)} &= \text{Csc}(\overbrace{360^\circ-30^\circ}^{\rightarrow}) = -\text{Csc}30^\circ = -2 \\ * \quad \underbrace{\text{Sen}170^\circ} &= \text{Sen}(\quad) = \\ * \quad \underbrace{\text{Cos}200^\circ} &= \text{Cos}(\quad) = \\ * \quad \underbrace{\text{Tan}260^\circ} &= \text{Tan}(\quad) = \\ * \quad \underbrace{\text{Sen}320^\circ} &= \text{Sen}(\quad) = \end{aligned}$$

- II. Ángulo cuya medida es mayor que 360° :** En este caso, se procede de la siguiente manera:

$$R.T.(\alpha) = R.T.(\theta) ; \text{ donde } \begin{array}{l} \alpha \mid 360^\circ \\ \theta \quad q \\ \downarrow \\ \text{Residuo} \end{array}$$

Por ejemplo, calculemos:

$$* \text{ Sen } 2580^\circ = \text{ Sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2580^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ 2520^\circ \quad | \quad 7 \\ \hline 60^\circ \end{array}$$

$$* \text{ Tan } 3285^\circ = \text{ Tan } 45^\circ = 1$$

$$\begin{array}{r} 3285^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ 3240^\circ \quad | \quad 9 \\ \hline 45^\circ \end{array}$$

$$* \text{ Sec } 1200^\circ = \text{ Sec } 120^\circ = \text{ Sec } (90^\circ + 30^\circ) = -\text{ Csc } 30^\circ = -2$$

$$\begin{array}{r} 1200^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ 1080^\circ \quad | \quad 3 \\ \hline 120^\circ \end{array}$$

$$* \text{ Sen } 3180^\circ =$$

Si el ángulo estuviese expresado en radianes, se procede de la siguiente manera:

$$* \text{ Sen } 133 \frac{\pi}{2} = \text{ Sen } \frac{1\pi}{2} = 1$$

$$\begin{array}{r} 133 \quad | \quad 4 \\ 132 \quad | \quad 33 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$* \text{ Cos } 127 \frac{\pi}{3} = \text{ Cos } \frac{1\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 127 \quad | \quad 6 \\ 126 \quad | \quad 21 \\ \hline 1 \end{array}$$

Es decir, si fuese: $R.T. \left(\frac{a\pi}{b} \right)$; $a > 2b$

Se divide: $a \div \frac{2b}{q}$

$r \rightarrow$ este residuo reemplaza al numerador "a"

$$* \text{ Tan } 1315 \frac{\pi}{4} = \text{ Tan } \frac{3\pi}{4}$$

$$\begin{array}{r} 1315 \quad | \quad 8 \\ 51 \quad | \quad 164 \\ 35 \\ 3 \end{array}$$

$$* \text{ Sen } 1345 \frac{\pi}{3}$$

$$1345 \quad | \quad$$

III. Ángulos de medida negativa: Se procede de la siguiente manera:

$\text{Sen}(-x) = -\text{Sen}x$	$\text{Csc}(-x) = -\text{Csc}x$
$\text{Cos}(-x) = \text{Cos}x$	$\text{Sec}(-x) = \text{Sec}x$
$\text{Tan}(-x) = -\text{Tan}x$	$\text{Cot}(-x) = -\text{Cot}x$

Por ejemplo, calculemos:

$$* \text{ Sen}(-45^\circ) = -\text{Sen}45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$* \text{ Cos}(-60^\circ) = \text{Cos}60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$* \text{ Tan}(-120^\circ) = -\text{Tan}120^\circ = -\text{Tan}(90^\circ + 30^\circ) = -(-\text{Cot}30^\circ) = \sqrt{3}$$

$$* \text{ Cos}(-200^\circ) =$$

IV. Ángulos relacionados:

1.

$$\text{Si: } x + y = 180^\circ \begin{cases} \text{Sen}x = \text{Sen}y \\ \text{Cos}x = -\text{Cos}y \\ \text{Tan}x = -\text{Tan}y \end{cases}$$

2.

$$\text{Si : } x + y = 360^\circ \begin{cases} \text{Sen } x = -\text{Sen } y \\ \text{Cos } x = \text{Cos } y \\ \text{Tan } x = -\text{Tan } y \end{cases}$$

Por ejemplo, calculemos:

$$C = \text{Cos } \frac{\pi}{7} + \text{Cos } \frac{2\pi}{7} + \text{Cos } \frac{3\pi}{7} + \text{Cos } \frac{4\pi}{7} + \text{Cos } \frac{5\pi}{7} + \text{Cos } \frac{6\pi}{7}$$

En esta expresión note que:

$$\frac{\pi}{7} + \frac{6\pi}{7} = \pi \Rightarrow \text{Cos } \frac{\pi}{7} = -\text{Cos } \frac{6\pi}{7}$$

$$\frac{2\pi}{7} + \frac{5\pi}{7} = \pi \Rightarrow \text{Cos } \frac{2\pi}{7} = -\text{Cos } \frac{5\pi}{7}$$

$$\frac{3\pi}{7} + \frac{4\pi}{7} = \pi \Rightarrow \text{Cos } \frac{3\pi}{7} = -\text{Cos } \frac{4\pi}{7}$$

Luego:

$$C = -\text{Cos } \frac{6\pi}{7} - \text{Cos } \frac{5\pi}{7} - \text{Cos } \frac{4\pi}{7} + \text{Cos } \frac{4\pi}{7} + \text{Cos } \frac{5\pi}{7} + \text{Cos } \frac{6\pi}{7}$$

Reduciendo, quedaría $C = 0$

EJERCICIOS PROPUESTOS

01. Señale el valor de: $\text{Sen}120^\circ$

- a) $1/2$ b) $-1/2$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

02. Hallar: $\text{Cos}330^\circ$

- a) $1/2$ b) $-1/2$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

03. Calcule: $E = \text{Tg}150^\circ \cdot \text{Sen}315^\circ$

- a) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ b) $-\frac{\sqrt{6}}{4}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
d) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$ e) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

04. Hallar el valor de: $\text{Sen}1680^\circ$

- a) 1 b) -1 c) $1/2$
d) $-1/2$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

05. Determinar el valor de: $\text{Cos}1200^\circ$

- a) 1 b) 0 c) $1/2$
d) $-1/2$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

06. Hallar: $E = \text{Cos}(-60^\circ) + \text{Tg}(45^\circ)$

- a) $1/2$ b) $-1/2$ c) 0
d) 1 e) 2

07. Hallar: $E = \text{Sen}(-30^\circ) + \text{Tg}(-53^\circ)$

- a) $11/6$ b) $6/11$ c) $-11/6$
d) 0 e) 1

08. Señale el equivalente de: $\text{Cos}(180^\circ + x)$

- a) $\text{Cos}x$ b) $-\text{Cos}x$ c) $\text{Sen}x$
d) $-\text{Sen}x$ e) $-\text{Sec}x$

09. Determinar el equivalente de: $\text{Sen}(360^\circ - x)$

- a) $-\text{Sen}x$ b) $\text{Sen}x$ c) $\text{Cos}x$
d) $-\text{Cos}x$ e) $\text{Csc}x$

10. Determina el equivalente de: $\text{Sen} \left[32 \right] \cdot \frac{\pi}{2}$

- a) 1 b) -1 c) 0
d) $1/2$ e) $-1/2$

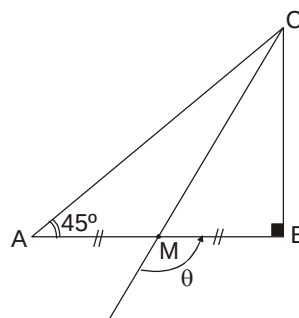
11. Hallar el valor de: $\text{Cos}1741\pi$

- a) 1 b) -1 c) 0
d) $1/2$ e) $-1/2$

12. Hallar: $\text{Tg}17 \cdot \frac{\pi}{3}$

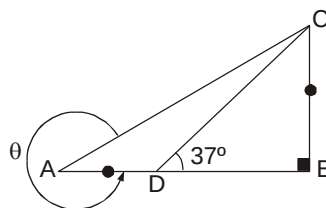
- a) 1 b) -1 c) $\sqrt{3}$
d) $-\sqrt{3}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

13. Del gráfico, calcule: $\text{Tg} \theta$



- a) 1 b) 2 c) -1
d) -2 e) $3/4$

14. Del gráfico, hallar: $\text{Tg} \theta$



- a) $3/4$ b) $-3/4$ c) $3/7$
d) $-3/7$ e) $-4/7$

15. Hallar el equivalente de:

$$M = \frac{\text{Sen}(x - 180^\circ)}{\text{Cos}(x - 90^\circ)}$$

- a) 1 b) -1 c) $\text{Tg}x$
d) $\text{Ctg}x$ e) $-\text{Tg}x$

16. Si:
- $\text{Sen}(-x) + 2\text{Cos}(-x) = 2\text{Sen}x$
- ;

 x es agudoCalcular: $M = \text{Sec}(-x) + \text{Csc}(-x)$

- a) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{13}}{6}$
 d) $-\frac{\sqrt{13}}{6}$ e) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

17. Reducir:

$$A = \frac{\text{Sen}(90^\circ+x)\text{Tan}(180^\circ-x)\text{Csc}(270^\circ+x)}{\text{Cos}(180^\circ+x)\text{Sec}(360^\circ-x)\text{Cot}(180^\circ+x)}$$

- a) 1 b) -1 c) Tan^2x
 d) Cot^2x e) $-\text{Tan}^2x$

18. Simplificar:

$$C = \frac{\text{Sen}(\pi-\theta)\text{Cot}(2\pi-\theta)\text{Sec}\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)}{\text{Tan}(\pi+\theta)}$$

- a) $\text{Tan}^2\theta$ b) $-\text{Tan}^2\theta$ c) $\text{Ctg}^2\theta$
 d) $-\text{Ctg}^2\theta$ e) 1

19. Simplificar:

$$C = \frac{\text{Sen}(\pi+x)\text{Tan}\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}{\text{Tan}(\pi-x)\text{Cos}\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)}$$

- a) $\text{Cot}x$ b) Cot^2x c) $-\text{Cot}^2x$
 d) $-\text{Cot}x$ e) Cot^3x

20. Si:
- $0 < A < \frac{\pi}{2}$

Evaluar:

$$F = \text{Sen}\left(\frac{\pi}{2}+A\right) + \text{Cos}(\pi+A) + \text{Tan}\left(\frac{3\pi}{2}+A\right) + \text{Sec}\left(\frac{\pi}{2}+A\right) + \text{Ctg}(2\pi+A) + \text{Csc}(\pi+A)$$

- a) $2 \text{ Sen}A$ b) $-2 \text{ Sen}A$ c) $2 \text{ Csc}A$
 d) $-2 \text{ Csc}A$ e) $-2 \text{ Sec}A$

21. Calcular:

$$M = \frac{2\text{Sec}120^\circ-1}{4\text{Tan}315^\circ-1} + \sqrt{3}\text{Tan}240^\circ$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) -2

22. Calcular:

$$C = \frac{\text{Sen}135^\circ \cdot \text{Sen}240^\circ \cdot \text{Tan}150^\circ}{\text{Cos}210^\circ \cdot \text{Cos}300^\circ}$$

- a) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ b) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$
 d) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$ e) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

23. Calcular:

$$U = \frac{(2\text{Sec}3000^\circ-1)(2\text{Sen}3383^\circ-1)}{2\text{Cos}4920^\circ-1}$$

- a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$
 d) $-\frac{1}{4}$ e) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

24. Marque Ud. la afirmación correcta:

- a) $-\text{Sen}(-750^\circ) = -0,5$
 b) $-\text{Cos}(-1110^\circ) = +0,5\sqrt{3}$
 c) $-\text{Tan}(1830^\circ) = \frac{-\sqrt{3}}{3}$
 d) $-\text{Ctg}(-3270^\circ) = -\sqrt{3}$
 e) $+\text{Sen}2534^\circ = \text{Cos}14^\circ$

25. Hallar el valor numérico de:

$$F = \frac{\text{Sen}^2 225^\circ + \text{Tan}^2 330^\circ - \text{Sen}^2 780^\circ}{\text{Tan}^2 780^\circ - \text{Tan}^2 330^\circ + \text{Ctg}^2 225^\circ}$$

- a) $\frac{31}{12}$ b) $\frac{33}{20}$ c) $\frac{1}{44}$
 d) $-\frac{33}{20}$ e) $-\frac{31}{12}$

26. Simplificar las expresiones:

$$a = \frac{\text{Cos}(-\alpha)}{\text{Cos}(180^\circ+\alpha)} + \frac{\text{Sen}(360^\circ+\alpha)}{\text{Sen}(-\alpha)}$$

$$b = \frac{\text{Sen}(90^\circ+\alpha)}{\text{Cos}(-\alpha)} + \frac{\text{Cos}(90^\circ-\alpha)}{\text{Sen}\alpha}$$

- a) $a = 0$ y $b = -2$
 b) $a = -1$ y $b = -2$
 c) $a = -2$ y $b = 2$
 d) $a = 0$ y $b = 0$
 e) $a = -1$ y $b = 2$

27. Si:
- $x + y = 180^\circ$
- $\wedge$
- $y + z = 270^\circ$

Calcule el valor de:

$$J = \frac{\text{Sen}x}{\text{Sen}y} + \frac{\text{Tan}y}{\text{Ctg}z}$$

- a) 1 b) 0 c) - 3
d) 2 e) - 5

28. Si: $\tan x + \cot y = 2$; $x + y = \pi$
Hallar: $\cot x$

- a) $\pm\sqrt{2}+1$ b) $1\pm\sqrt{2}$ c) $\pm\frac{\sqrt{2}-1}{2}$
d) $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ e) $\pm\sqrt{2}-1$

29. Simplificar la expresión:

$$E = \frac{\sin(180^\circ + \alpha) \cos(\alpha - 90^\circ) \tan(2160^\circ + \alpha)}{\cos(540^\circ - \alpha) \sin(450^\circ + \alpha) \tan(360^\circ + \alpha)}$$

Sabiendo que : $\sec^2 \alpha = 2$
Entonces E es igual a :

- a) 2 b) 1 c) - 1
d) - 2 e) 0

30. El valor de la expresión:

$$E = \frac{\sin\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(\pi - \theta) - \tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)}{\cot(2\pi - \theta) - \sec(-\theta) + \csc\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}$$

Cuando : $\theta = \frac{\pi}{6}$ es:

- a) 1 b) - 1 c) 0
d) 2 e) - 2

31. Calcular el valor de:
 $\cos 10^\circ + \cos 30^\circ + \cos 50^\circ + \dots + \cos 170^\circ$

- a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
d) 1 e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

32. Calcular: $T = \underbrace{\cos \frac{\pi}{30} + \cos \frac{2\pi}{30} + \cos \frac{3\pi}{30} + \dots + \cos \frac{29\pi}{30}}_{20 \text{ términos}}$

- a) 0 b) 1 c) - 1
d) 2 e) - 2

33. El valor de la siguiente expresión:

$$\frac{\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)}$$

Es igual a:

- a) 0 b) 1 c) - 1
d) 2 e) - 2

34. Simplificar:

$$K = \frac{\tan\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) \sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) \sec\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)}{\cos(5\pi + \alpha) \csc(7\pi - \alpha) \cot(9\pi + \alpha)}$$

- a) 0 b) - 1 c) 1
d) - 2 e) 2

35. En un triángulo ABC se cumple:
 $\sin(B + C) = \cos C$
Dicho triángulo es :

- a) Escaleno b) Rectángulo
c) Isósceles d) Acutángulo
e) Equilátero

36. En un triángulo ABC, se cumple que:
 $\cos(A + B) = \cos C$
Entonces el valor de $A + B$ es :

- a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{2\pi}{3}$
d) $\frac{\pi}{6}$ e) $\frac{\pi}{2}$

37. Calcular:

$$\cos^2 A + \sin^2 B$$

Si se sabe que A y B son ángulos suplementarios.

- a) - 1 b) $-\frac{1}{2}$ c) 0
d) $\frac{1}{2}$ e) 1

38. Si A y B son ángulos complementarios, al simplificar:

$$E = \frac{\sin(A + 2B) \tan(2A + 3B)}{\cos(2A + B) \tan(4A + 3B)}$$

Se obtiene:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{2}$ c) $-\sqrt{2}$
d) -1 e) 1

39. En un triángulo ABC, cuales de las siguientes proposiciones se cumplen:

- I. $\sin A = \sin(B + C)$
II. $\cos A = \cos(B + C)$
III. $\sin B = -\sin(A + 2B + C)$

- a) VVV b) VFV c) VFF
d) FVF e) FFF

40. Si : $a + b + c = \frac{\pi}{2}$ y $\sin(a + b) = -\sin c$
¿Cuál de los siguientes resultados es verdadero?

a) $\cos\left(\frac{2\pi - 4c}{4}\right) = 0$

b) $\cos\left(\frac{-\pi+4c}{4}\right) = 0$

c) $\cos\left(\frac{\pi-4c}{2}\right) = 0$

d) $\cos\left(\frac{\pi+4c}{4}\right) = 0$

e) $\cos(4c - \pi) = 0$

41. Calcule el valor de:

$$R = \tan \frac{37\pi}{4} + \sec \frac{175\pi}{4}$$

a) $-1 + \sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $-\sqrt{2}$

d) -2 e) $1 + \sqrt{2}$

42. El valor que asume la expresión:

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos(2\pi - \theta) + \tan(\pi - \theta)}{\operatorname{Ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) - \sec(-\theta) - \csc\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)}$$

Cuando : $\theta = \frac{\pi}{3}$ es:

a) $\frac{3\sqrt{3}-1}{13}$ b) $\frac{1-3\sqrt{3}}{13}$

c) $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}+1}{3}$

e) $\frac{1-3\sqrt{3}}{3}$

43. Sabiendo que:

$$m \sin\left(\frac{55\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{77\pi}{2} + \theta\right) = 1$$

Calcular:

$$E = \tan \theta + \operatorname{Ctg} \theta$$

en términos de m.

a) m^2 b) $-m^2$ c) $2m$

d) $-m$ e) m

44. Si : $\alpha = (1+k)360^\circ - 1035^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$

El valor de : $\sin(\alpha - 22,5^\circ)$ será:

a) $\sqrt{2 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ b) $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}$

c) $\sqrt{\frac{-2 - \sqrt{2}}{2}}$ d) $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{2}}$

e) $\sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}$

45. Qué relación existe entre a y b sabiendo que:

$$\tan\left(\frac{2a-3b}{8}\right) + \operatorname{Ctg}\left(\frac{6\pi+3a-2b}{4}\right) = 0$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{1}{6}$

46. Si : $\sin A - 2\cos A = 0$

Entonces el valor de:

$$E = \frac{\tan(90^\circ + A) \sec(180^\circ - A) \operatorname{Ctg}(270^\circ - A)}{\sin(360^\circ - A) \csc(180^\circ + A) \cos(180^\circ + A)}$$

es:

a) -5 b) 5 c) $\frac{5}{4}$

d) $-\frac{5}{4}$ e) -4

47. Hallar α sabiendo que está en el tercer cuadrante, es positivo, mayor que una vuelta y menor que dos vueltas y:

$$\cos \alpha = -\sin \frac{\pi}{11}$$

a) $\frac{75\pi}{22}$ b) $\frac{73\pi}{22}$ c) $\frac{71\pi}{22}$

d) $\frac{69\pi}{22}$ e) $\frac{67\pi}{22}$

48. Si α es la medida de un ángulo agudo tal que:

$$\cos 1996^\circ = -\sin \alpha$$

Calcular el valor de:

$$E = \csc 15\alpha - \sin 15\alpha$$

a) 1 b) $1,5$ c) 2

d) $2,5$ e) 3

49. Sabiendo que:

$$M = \tan\left[k\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right] ; k \in \mathbb{Z}$$

$$N = \csc\left[n\pi + (-1)^n \alpha\right] ; n \in \mathbb{Z}$$

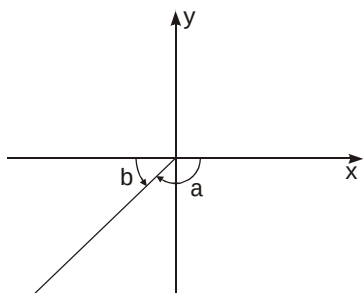
$$\text{Calcular: } E = \frac{M^2 - N^2}{MN}$$

a) $\tan \alpha \sin \alpha$ b) $-\tan \alpha \sin \alpha$

c) $\operatorname{Ctg} \alpha \cos \alpha$ d) $-\operatorname{Ctg} \alpha \cos \alpha$

e) -1

50. Del gráfico.



Determinar:

$$K = \frac{3\text{Sen}\left(\frac{a-b}{3}\right) + \text{Sena} + \text{Senb}}{6\text{Cos}\left(\frac{a-b}{6}\right) + \text{Cosa} + \text{Cosb}}$$

- a) $-\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{4}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{3}$

51. Sabiendo que:

$$\sum_{n=2}^{56} \tan(n! \pi + (-1)^n x) = 2 \cot x$$

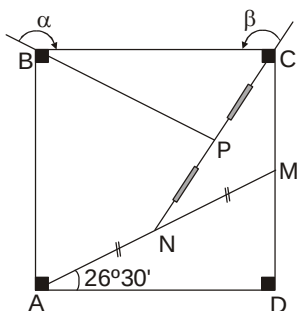
Donde: $x \in \mathbb{C}$

Calcule: $W = \sec x \cdot \tan x$

- a) $2\sqrt{3}$ b) $\sqrt{6}$ c) $3\sqrt{2}$
 d) $2\sqrt{6}$ e) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

52. Si : ABCD: cuadrado

Calcule: $W = \tan \alpha + \tan \beta$

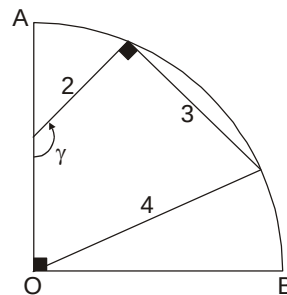


- a) 2 b) 1 c) -2
 d) -1 e) $-\frac{3}{2}$

53. Del gráfico calcule:

$$W = 3 \cot \gamma + \sqrt{55}$$

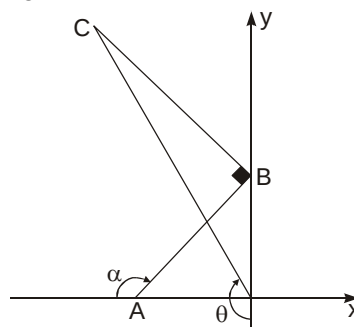
Si: $OA = OB$



- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 6 e) 7

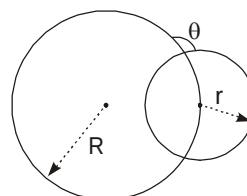
54. Del gráfico, hallar " $\cot \theta$ " en función de " α ".

Si: $AB = BC$



- a) $\tan \alpha + 1$ b) $\tan \alpha - 1$ c) $-\tan \alpha - 1$
 d) $-\cot \alpha - 1$ e) $\cot \alpha + 1$

55. Del gráfico, calcule: $\cos \theta$



- a) $\frac{r}{2R}$ b) $-\frac{r}{2R}$ c) $\frac{R}{2r}$
 d) $-\frac{R}{2r}$ e) $-\frac{R}{4r}$

56. En un triángulo ABC, se sabe que:

$$\text{Sen}(A + B) + 2\text{Cos}(B + C) = \text{Sen}C$$

Calcular:

$$W = \frac{1 + \text{Cos}2B + \text{Cos}2C - \text{Cos}2A}{1 + \text{Sen}4A + \text{Sen}4B + \text{Sen}4C}$$

- a) 1 b) 2 c) 4
 d) -1 e) $\frac{1}{2}$

57. ¿Cuál es la medida del mayor ángulo " θ " que cumple:

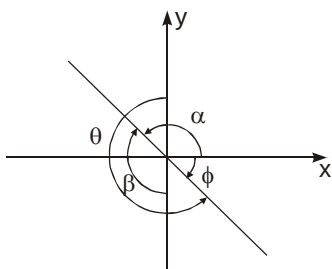
$$\operatorname{Sen} \frac{2\pi}{7} = -\operatorname{Cos} \theta$$

Si es mayor que 3 vueltas, pero menor que 4 vueltas.

- a) $\frac{97\pi}{14}$ b) $\frac{101\pi}{14}$ c) $\frac{103\pi}{14}$
 d) $\frac{95\pi}{14}$ e) $\frac{99\pi}{14}$

58. De acuerdo al gráfico, calcule:

$$K = \frac{\operatorname{Sen}\left(\alpha - \beta - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{Cos}\left(\alpha - \phi + \frac{3\pi}{4}\right)}{\operatorname{Tan}\left(\alpha - \theta - \frac{\pi}{6}\right)}$$



- a) $\frac{\sqrt{6}}{12}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ c) $-\frac{\sqrt{6}}{12}$
 d) $-\frac{\sqrt{3}}{12}$ e) $-\frac{\sqrt{6}}{6}$

59. Reduzca:

$$G = \frac{2\operatorname{Tan}(57\pi + \theta) + 3\operatorname{Cot}\left(\frac{57\pi}{2} - \theta\right)}{4\operatorname{Sen}(82\pi - \theta) + 5\operatorname{Cos}\left(\frac{79\pi}{2} + \theta\right)}$$

- a) $\frac{5}{9} \operatorname{Sec} \theta$ b) $-\frac{1}{9} \operatorname{Sec} \theta$ c) $5 \operatorname{Sec} \theta$
 d) $-\operatorname{Csc} \theta$ e) $-\frac{2}{9} \operatorname{Csc} \theta$

60. Señale el signo de cada una de las expresiones:

$$R = \frac{\operatorname{Sen} \frac{20\pi}{7} - \operatorname{Cos} \frac{36\pi}{7}}{1 + \operatorname{Tan} \frac{12\pi}{11}}$$

$$H = \operatorname{Sen} \frac{25\pi}{8} \cdot \operatorname{Csc} \frac{27\pi}{7} \cdot \operatorname{Cot} \frac{21\pi}{8}$$

$$G = \operatorname{Csc} \frac{44\pi}{9} + \operatorname{Sec} \frac{9\pi}{5}$$

- a) (+) ; (-) ; (-) b) (+) ; (-) ; (+)
 c) (+) ; (+) ; (+) d) (-) ; (-) ; (+)
 e) (-) ; (+) ; (+)

Claves

01.	<i>c</i>
02.	<i>c</i>
03.	<i>c</i>
04.	<i>e</i>
05.	<i>d</i>
06.	<i>b</i>
07.	<i>e</i>
08.	<i>b</i>
09.	<i>a</i>
10.	<i>a</i>
11.	<i>b</i>
12.	<i>d</i>
13.	<i>d</i>
14.	<i>d</i>
15.	<i>b</i>
16.	<i>d</i>
17.	<i>e</i>
18.	<i>d</i>
19.	<i>b</i>
20.	<i>d</i>
21.	<i>d</i>
22.	<i>b</i>
23.	<i>a</i>
24.	<i>c</i>
25.	<i>c</i>
26.	<i>c</i>
27.	<i>d</i>
28.	<i>e</i>
29.	<i>b</i>
30.	<i>d</i>

31.	<i>b</i>
32.	<i>a</i>
33.	<i>a</i>
34.	<i>c</i>
35.	<i>b</i>
36.	<i>e</i>
37.	<i>e</i>
38.	<i>e</i>
39.	<i>b</i>
40.	<i>b</i>
41.	<i>e</i>
42.	<i>a</i>
43.	<i>e</i>
44.	<i>d</i>
45.	<i>c</i>
46.	<i>a</i>
47.	<i>a</i>
48.	<i>b</i>
49.	<i>a</i>
50.	<i>a</i>
51.	<i>b</i>
52.	<i>d</i>
53.	<i>b</i>
54.	<i>e</i>
55.	<i>b</i>
56.	<i>b</i>
57.	<i>d</i>
58.	<i>c</i>
59.	<i>c</i>
60.	<i>b</i>